

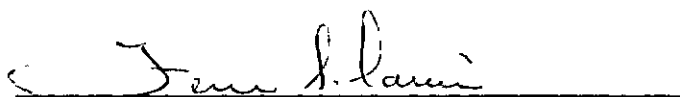
RESPOSTA DINÂMICA DE ESTRUTURAS RETICULADAS
A CARGAS MÔVEIS, PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

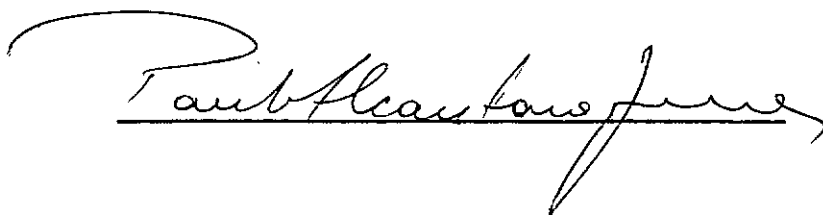
João Eduardo Falabella

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE
PÓS-GRADUAÇÃO DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE
JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO
GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIA (M.Sc.)

Aprovada por:







RIO DE JANEIRO
ESTADO DO RIO DE JANEIRO - BRASIL

1975

A meus pais.

A Ana Lúcia.

RESUMO

Este trabalho estuda o comportamento dinâmico de estruturas reticuladas submetidas a cargas móveis, através da utilização do método dos elementos finitos.

São determinados alguns coeficientes de impacto para três tipos de carregamentos idealizados, por intermédio de programas de computadores, desenvolvidos para a análise dinâmica de vigas e pórticos planos. O problema é formulado matricialmente, com a montagem das equações do movimento da estrutura-carregamento, e resolvido diretamente pela integração passo a passo dessas equações.

Os resultados obtidos são apresentados sob a forma a dimensional, relacionando coeficientes de impacto ao longo do tempo de travessia, para os casos mais frequentes de cargas móveis.

ABSTRACT

This work studies the dynamic behavior of framed structures under moving loads by means of the finite element method.

Three different types of loadings are idealized and impact factors determined for them, being developed computer programs for dynamic analysis of beams and plane frames. The structure-loading equations of motion are formulated in matrix form and solved directly through step by step integration.

The results are presented in dimensionless form, relating impact factor to travel time for the most usual moving load cases.

ÍNDICE

Capítulos:		Páginas:
I	<u>INTRODUÇÃO</u>	1
	1.1 INTRODUÇÃO	1
	1.2 OBJETIVO	3
II	<u>EQUAÇÕES DO MOVIMENTO E SUAS SOLUÇÕES</u>	7
	2.1 INTRODUÇÃO	7
	2.2 EQUAÇÕES DO MOVIMENTO	8
III	<u>ELEMENTOS FINITOS PARA VIGAS E PÓRTICOS PLANAIS</u>	11
	3.1 INTRODUÇÃO	11
	3.2 FUNÇÕES DE INTERPOLAÇÃO	12
	3.2.1 ELEMENTO DE PÓRTICO	12
	3.2.2 ELEMENTO DE VIGA	19
	3.3 FORMULAÇÃO DAS PROPRIEDADES DOS ELEMENTOS	21
	3.3.1 PRINCÍPIO DE HAMILTON	21

Capítulos:

Páginas:

3.3.2	PROPRIEDADES DOS ELEMENTOS DE PÓR TICOS	32
3.3.2.1	<i>Matriz de Massa Consistente</i>	32
3.3.2.2	<i>Matriz de Amortecimento</i>	34
3.3.2.3	<i>Matriz de Rigidez</i>	34
3.3.2.4	<i>Ações Nodais Equivalentes</i>	36
3.3.3	PROPRIEDADES DOS ELEMENTOS DE VIGAS	39
3.3.3.1	<i>Matriz de Massa Consistente</i>	39
3.3.3.2	<i>Matriz de Amortecimento</i>	39
3.3.3.3	<i>Matriz de Rigidez</i>	40
3.3.3.4	<i>Ações Nodais Equivalentes</i>	40
IV	<u>CARGAS MÔVEIS EM VIGAS E PÓRTICOS PLANOS</u> ..	42
4.1	INTRODUÇÃO	42
4.2	FORMULAÇÃO	43
4.2.1	CARGA MÔVEL	43
4.2.2	MASSA MÔVEL	45
4.2.3	SISTEMA MASSA-MOLA-AMORTECEDOR-MAS SA	52
V	<u>INTEGRAÇÃO NUMÉRICA</u>	64
5.1	INTRODUÇÃO	64
5.2	MÉTODO DE WILSON- θ	65

Capítulos:	Páginas:
5.2.1	SISTEMA MASSA-MOLA-AMORTECEDOR-MAS
	SA 65
5.2.2	MASSA MÓVEL 75
5.2.3	CARGA MÓVEL 76
5.3	INTERVALO DE INTEGRAÇÃO 77
VI	<u>APLICAÇÕES-RESULTADOS</u> 79
6.1	INTRODUÇÃO 79
6.2	VIGA BI-APOIADA 80
6.2.1	CARGA MÓVEL 83
6.2.2	MASSA MÓVEL 90
6.2.3	VEÍCULO MASSA-MOLA-AMORTECEDOR - MAS
	SA 98
6.3	PÓRTICO SIMPLES 110
6.3.1	CARGA MÓVEL 113
6.3.2	MASSA MÓVEL 119
6.3.3	VEÍCULO MASSA-MOLA-AMORTECEDOR-MAS
	SA 122
6.4	COMENTÁRIOS 125
VII	<u>PROGRAMAÇÃO AUTOMÁTICA</u> 129
7.1	INTRODUÇÃO 129
7.2	PROGRAMAS E SUB-ROTINAS 130

Capítulos:	Páginas:
7.2.1 PROGRAMA VIGA	130
7.2.2 PROGRAMA PÓRTICO	132
7.3 ESQUEMA DOS PROGRAMAS-COMENTÁRIOS ..	135
7.3.1 ESQUEMA	135
7.3.2 COMENTÁRIOS	139
7.4 MANUAL DE USO	144
7.4.1 PROGRAMA VIGA	144
7.4.2 PROGRAMA PÓRTICO	148
BIBLIOGRAFIA	152
APÊNDICES:	Páginas:
A PROGRAMA PARA ANÁLISE DINÂMICA DE VIGAS CON TÍNUAS SUBMETIDAS A CARGAS MÔVEIS	156
B PROGRAMA PARA ANÁLISE DINÂMICA DE PÓRTICOS PLANOS SUBMETIDOS A CARGAS MÔVEIS	177

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

1.1 - INTRODUÇÃO

A resposta dinâmica de estruturas submetidas a cargas móveis é um tema que já vem sendo estudado a tempos e abordado sob os mais variados enfoques. Com o desenvolvimento de novas técnicas de análise e, principalmente, o método dos elementos finitos, o problema voltou a ser estudado sob uma nova forma, apresentando resultados notáveis no campo da Dinâmica Estrutural. Nos tipos de análise dinâmica determinística, do que trata o presente trabalho, tem-se obtido grande sucesso com a utilização do método dos elementos finitos.

O tratamento exato do problema, considerando o meio como contínuo, foi levado em conta por vários autores e, alguns casos, foram solucionados. Contudo, para determinados proble

mas específicos, torna-se difícil, ou até mesmo impossível, a de
rivação das equações diferenciais do sistema considerado e sua
resolução. A discretização do contínuo pelo método dos elemento
s finitos nos leva à formulação de um sistema simultâneo de e
quações diferenciais ordinárias, que pode ser resolvido sob quais
quer condições de contorno.

A análise dinâmica de estruturas, pelo método descri
to acima, pode ser feita de duas maneiras, cada uma delas apro
priada para determinado tipo de problema.

O método da superposição modal, que requer o conhecime
nto prévio das características dinâmicas do sistema considerado
(frequências naturais e modos normais de vibração), avalia a
resposta associada a cada modo de vibração separadamente e, atrav
ês de superposição, obtém a resposta da estrutura à excitação a
plicada.

A solução assim obtida, torna-se próxima da verdadeira
ra, quando o carregamento dinâmico é bem representado pela superpo
sição das forças de inércia associadas aos primeiros modos e o
conteúdo de frequências da excitação também o é pelas frequências
de ordem mais baixa, ou seja, quando a parte mais significativa
da resposta contém contribuições dos menores modos normais.

O método da integração por etapas, que opera diretame
nte

mente sobre as equações do sistema estrutural, é indicado nos casos em que a excitação na estrutura é complexa e quando os modos de vibração mais altos influem sensivelmente na resposta. Também em análise não linear, ou quando os coeficientes da equação do movimento variam com o tempo, este processo é mais indicado.

No presente estudo foi utilizado o segundo método para obtenção de respostas de estruturas reticuladas sujeitas a vários tipos de cargas móveis.

1.2 - OBJETIVO

O objetivo deste estudo é obter a resposta dinâmica de vigas contínuas e de pórticos planos submetidos a cargas móveis, utilizando na análise o método dos elementos finitos. Foram encontradas respostas das estruturas para os tipos de veículos idealizados, considerando, ou não, amortecimento na estrutura e no veículo. Foi utilizado na formulação dos elementos finitos o conceito de matriz de massa consistente introduzido por Archer¹ e os resultados comparados com os obtidos por Venâncio¹³ com a utilização de matriz de massa discreta.

As estruturas foram analisadas, submetidas a três

classes de carregamento:

- 1) *Caso da Carga Móvel:* onde a massa associada ao veículo é considerada desprezível e a excitação consiste numa carga pontual, movendo-se sobre as estruturas com velocidade constante ou aceleração constante.
- 2) *Caso da Massa Móvel:* quando a massa do veículo é relativamente grande em presença da massa da estrutura, o carregamento é idealizado como uma partícula dotada de massa, que percorre a estrutura com velocidade ou aceleração constante, sem perder o contato com a mesma.
- 3) *Caso da Massa-mola-amortecedor-massa:* para melhor apresentação dos veículos existentes em pontes rodoviárias ou ferroviárias, foi idealizado um modelo composto de duas massas que representam a massa do veículo propriamente dito e a massa dos pneus que ficam em contato com a estrutura. A massa do veículo é ligada a dos pneus por uma mola e um amortecedor do tipo viscoso, para simular o efeito de suspensão e amortecimento dos veículos utilizados. Também foram obtidas respostas para este veículo, percorrendo as estruturas com velocidade e aceleração constante.

Os resultados, determinados para os dois primeiros ti

pos de carregamento, foram comparados com os obtidos por Yoshida, D. ¹⁷ e o terceiro caso de excitação, foi analisado através de uma variação paramétrica, face à escassez de resultados para comparação.

As equações do movimento para sistemas discretizados e suas soluções são discutidas no Capítulo II. As propriedades dos elementos finitos utilizados neste estudo são derivadas no Capítulo III. Também neste capítulo são discutidas considerações sobre o amortecimento a ser considerado nos sistemas estruturais. A formulação do problema das cargas móveis e a derivação das equações do movimento para os tipos de excitação considerados foram feitas no Capítulo IV.

Algumas considerações sobre o método de resolução das equações do movimento constam do Capítulo V. No Capítulo VI foram apresentados alguns exemplos analisados pelos programas automáticos para cálculo da resposta dinâmica de vigas e pórticos planos submetidos a cargas móveis. Os programas foram feitos em linguagem FORTRAN-G e executados nos computadores IBM/360, Modelo 40 e Burroughs, Modelo B-6700. As respostas das solicitações foram plotadas para diversas velocidades e acelerações dos veículos e foram determinados coeficientes de impacto para os vários tempos de travessia dos modelos. Finalmente, no Capítulo VII, são apresentados os programas usados para a análise das estrutu

turas, juntamente com uma descrição das funções de suas sub-rotinas. O manual de uso dos programas consta também deste.

A bibliografia segue o Capítulo VII, enquanto que a listagem dos programas encontra-se no Apêndice.

CAPÍTULO II

EQUAÇÕES DO MOVIMENTO E SUAS SOLUÇÕES

2.1 - INTRODUÇÃO

O propósito deste capítulo é introduzir as equações do movimento para sistemas discretizados, que resolvidas, vão nos fornecer a resposta dinâmica de reticulados submetidos a vários tipos de cargas móveis. Quando se leva em consideração o efeito da massa do carregamento, os coeficientes que governam as equações do movimento ficam dependendo da posição da carga sobre a estrutura e se tornam variáveis com o tempo. Neste caso a solução é aproximada e obtida através de métodos numéricos.

2.2 - EQUAÇÕES DO MOVIMENTO

A análise de um sistema discretizado é considerada linear quando as relações tensões-deformações são lineares (o material segue a lei de Hooke) e os deslocamentos e deformações permanecem pequenos, de modo que a geometria da estrutura deformada não difere sensivelmente da configuração indeformada. Sendo linear a análise feita no presente estudo, as equações do movimento são obtidas sob a forma matricial pelo princípio D'Alembert como:

$$\underline{M} \ddot{\underline{D}} + \underline{C} \dot{\underline{D}} + \underline{K} \underline{D} = \underline{A} \quad (2.1)$$

Sendo:

- \underline{D} vetor dos deslocamentos nodais
- $\dot{\underline{D}}$ vetor das velocidades nodais
- $\ddot{\underline{D}}$ vetor das acelerações nodais
- \underline{M} matriz de massa da estrutura
- \underline{C} matriz de amortecimento da estrutura
- \underline{K} matriz de rigidez da estrutura
- \underline{A} vetor das ações nodais equivalentes.

Se um modelo de massas consistentes é utilizado, a matriz de massa terá uma largura de banda igual à da matriz de rigidez. No caso de um modelo de massas discretas, a matriz de massa torna-se diagonal. A matriz de amortecimento da estrutura é obtida através de uma combinação linear da matriz de massa e de rigidez, como se verá no Capítulo III.

Todas as forças que atuam na estrutura serão transformadas em ações nodais equivalentes e coletadas no vetor A das ações.

A equação (2.1) representa um conjunto de n equações diferenciais de segunda ordem acopladas.

Basicamente, existem duas soluções para o problema, a saber:

- 1a.) Sob determinadas condições, as equações podem ser decopladas e cada uma das equações resultantes ser resolvida separadamente. Esta é a solução baseada na existência dos modos normais de vibração.
- 2a.) Todo o conjunto de equações pode ser resolvido simultaneamente pelo processo numérico de integração por etapas.

Quando na equação (2.1) os coeficientes das matrizes não são constantes com o tempo, o método da superposição modal torna-se bastante dispendioso sob o ponto de vista computacional e o uso de métodos numéricos é mais aconselhável.

Para a solução das equações diferenciais, foi escolhido o "Método θ " de Wilson ¹⁶, desenvolvido para sistemas não lineares, porém aplicável a sistemas lineares. Considerações sobre o intervalo de integração escolhido e o método de integração são feitas com mais detalhes no Capítulo V.

CAPÍTULO III

ELEMENTOS FINITOS PARA VIGAS E PÓRTICOS PLANOS

3.1 - INTRODUÇÃO

Os elementos finitos utilizados para a análise das estruturas reticuladas - vigas e pórticos planos - constam deste capítulo. Neste, são apresentados os modelos usados no presente estudo, juntamente com as formulações da matriz de rigidez, da matriz de massa consistente e das forças nodais equivalentes para os elementos em questão. Também, algumas considerações sobre o amortecimento a ser levado em conta na estrutura, fazem parte do capítulo.

Começamos a formulação, estabelecendo uma função de deslocamento, que fornece deslocamentos genéricos no interior do elemento em função dos deslocamentos nodais.

Daí, através do Princípio de Hamilton, determinamos as propriedades dos elementos finitos. As funções deslocamentos utilizadas, a fim de assegurar convergência, devem ser capazes de representar movimento de corpo rígido e estado de deformação constante. Também as deformações e declividades nas fronteiras dos elementos devem ser contínuas, para que haja limite na energia de deformação ¹⁸.

3.2 - FUNÇÕES DE INTERPOLAÇÃO

As funções de interpolação adotadas para este estudo, apesar de obedecerem aos critérios de convergência, fogem à realidade para a análise dinâmica. A adoção de funções do 3º grau para o caso em questão constitui uma aproximação, já que as curvaturas em problemas dinâmicos não variam linearmente.

3.2.1 - ELEMENTO DE PÓRTICO

Seja o elemento de pórtico da figura seguinte:

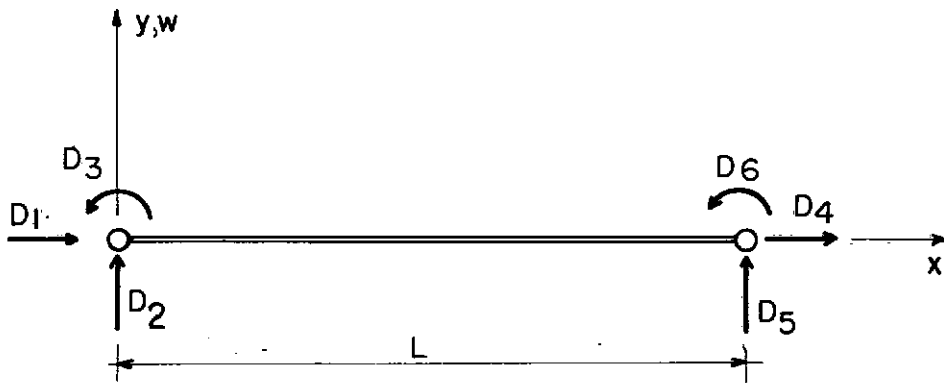


FIGURA 3.1

Para a flexão no plano xy , as funções de interpolação para o deslocamento transversal genérico w , são as funções cúbicas dadas por:

Para $D_2 = 1$ e os demais deslocamentos nulos.

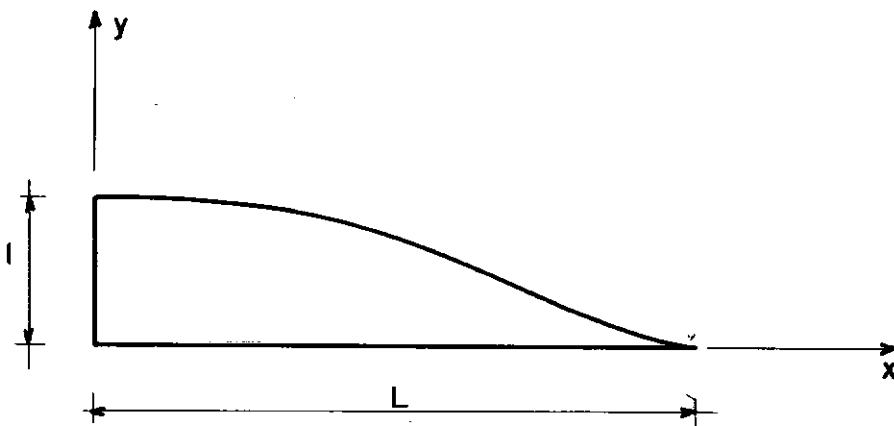


FIGURA 3.2

$$a_2(x) = 1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3} \quad (3.1)$$

Para $D_3 = 1$ e os demais deslocamentos nulos.

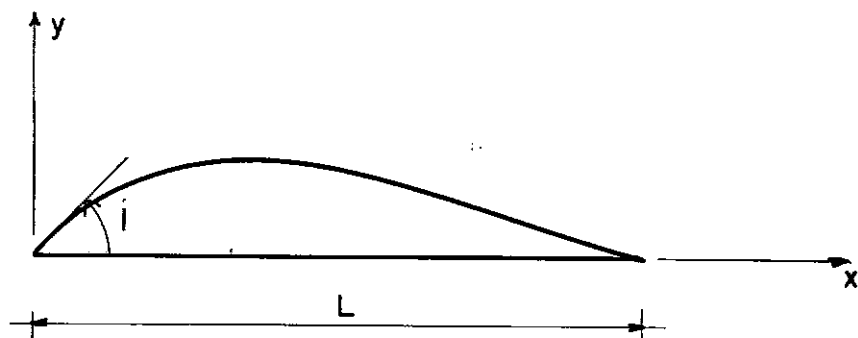


FIGURA 3.3

$$a_3(x) = x - \frac{2x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \quad (3.2)$$

Para $D_5 = 1$ e os demais deslocamentos nulos.

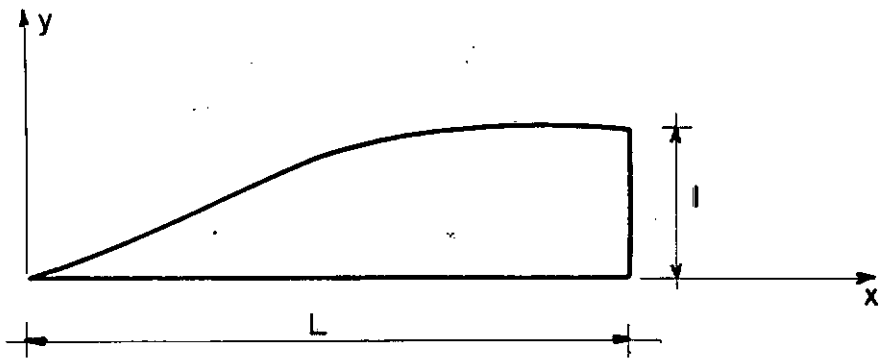


FIGURA 3.4

$$a_5(x) = \frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3} \quad (3.3)$$

Para $D_6 = 1$ e os demais deslocamentos nulos.

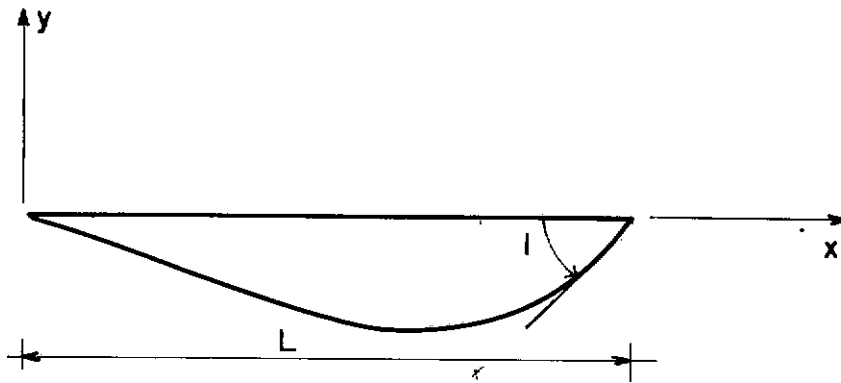


FIGURA 3.5

$$a_6(x) = -\frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \quad (3.4)$$

Para o comportamento extensorial, as funções de interpolação para o deslocamento axial genérico w , são dadas por:

Para $D_1 = 1$ e os demais deslocamentos nulos.

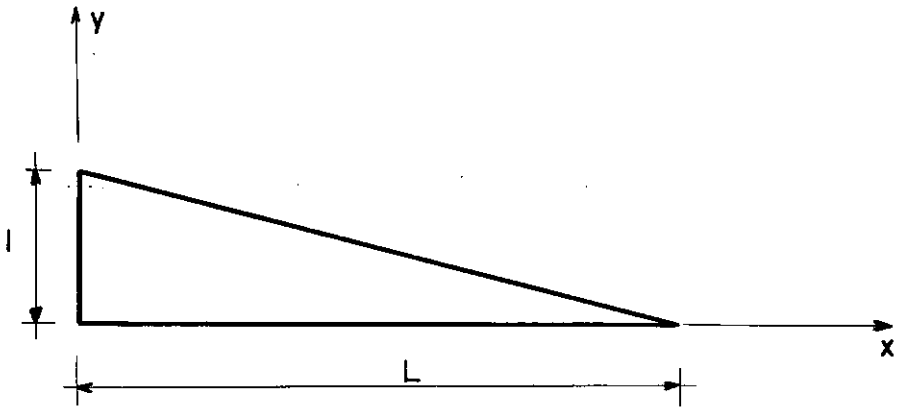


FIGURA 3.6

$$a_1(x) = 1 - \frac{x}{L} \quad (3.5)$$

Para $D_4 = 1$ e os demais deslocamentos nulos.

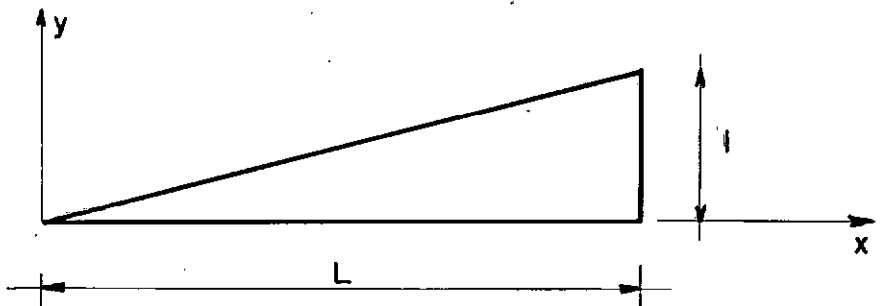


FIGURA 3.7

$$a_4(x) = \frac{x}{L} \quad (3.6)$$

O deslocamento genérico $w(x)$ do elemento de pōrtico \bar{e} entāo expresso atraves das funçōes de interpolaçāo $\underline{a}(x)$ e dos deslocamentos nodais \underline{D} , usando o principio da superposiçāo, como:

$$w(x) = \underline{a}(x) \underline{D} \quad (3.7)$$

$$w(x) = \left[a_1(x) \ a_2(x) \ a_3(x) \ a_4(x) \ a_5(x) \ a_6(x) \right] \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \\ D_5 \\ D_6 \end{Bmatrix} \quad (3.8)$$

Colocando em (3.8) as expressōes (3.1) a (3.6), tem

mos:

$$\begin{aligned}
 w(x) = & \left[1 - \frac{x}{L} \right] \left[1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3} \right] x - \frac{2x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \left[\frac{x}{L} - \right. \\
 & \left. \left[\frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3} \right] - \frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \right] \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \\ D_5 \\ D_6 \end{Bmatrix} \quad (3.9)
 \end{aligned}$$

3.2.2 - ELEMENTO DE VIGA

Seja o elemento de viga abaixo:

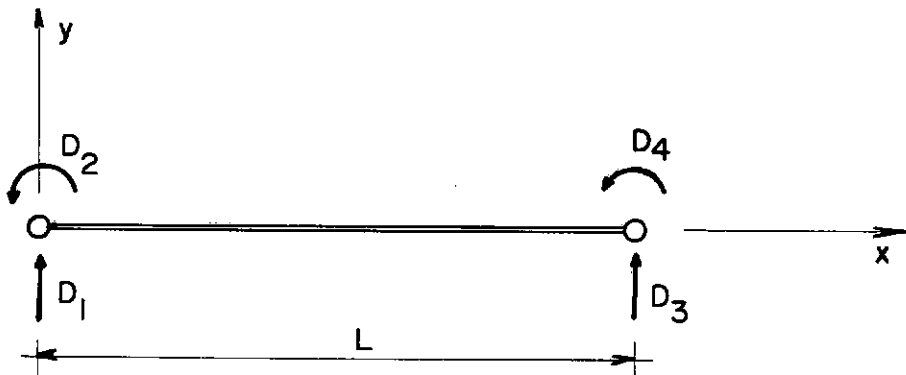


FIGURA 3.8

No presente trabalho, o elemento de viga difere do elemento de pórtico somente na consideração da existência de esforço axial no segundo. Assim, teremos para flexão no plano xy as mesmas funções de interpolação adotadas no item anterior. Para a numeração da figura acima, o deslocamento transversal genêrico w , passa a ser obtido através do princípio da superposição como:

$$w(x) = \left[1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3} \right] x - \frac{2x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} + \left[\frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3} \right] - \frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \end{Bmatrix} \quad (3.10)$$

3.3 - FORMULAÇÃO DAS PROPRIEDADES DOS ELEMENTOS

3.3.1 - PRINCÍPIO DE HAMILTON

Para sistemas não conservativos, o movimento da es trutura num intervalo (t_1, t_2) se realiza de tal maneira, que em cada instante, um deslocamento virtual \tilde{e} dado por:

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T + W) dt = 0 \quad (3.11)$$

Desde que em t_1 e t_2 os deslocamentos virtuais sejam nulos. Na equação (3.11):

T energia cinética

W potencial total.

Para um corpo elástico linear a energia cinética é dada por:

$$T = \frac{1}{2} \int_V \mu \dot{\underline{w}}^t \dot{\underline{w}} dv \quad (3.12)$$

Sendo:

μ massa específica

\underline{w} vetor deslocamento genérico no interior do elemento.

O trabalho W para um sistema com forças dissipativas, no caso devidas ao amortecimento, vale:

$$W = W_d + W_v + W_s + W_a \quad (3.13)$$

Sendo:

$$W_d = - \frac{1}{2} \int_v \underline{\sigma}^t \underline{\varepsilon} dv \quad (3.14)$$

W_d trabalho de deformação

$\underline{\varepsilon}$ vetor das deformações

$\underline{\sigma}$ vetor das tensões

$$W_v = \int_v \underline{w}^t \underline{F}_v dv \quad (3.15)$$

W_v trabalho realizado pelas forças de volume

\underline{F}_v forças de volume.

$$W_s = \int_s \underline{w}^t \underline{F}_s ds \quad (3.16)$$

W_s trabalho realizado pelas forças de superfície

\underline{F}_s forças de superfície.

A consideração das forças não conservativas, quando do tipo viscoso, pode ser feita através da função de dissipação de Rayleigh¹¹, dada por:

$$R = \frac{1}{2} \underline{\dot{D}}^t \underline{C} \underline{\dot{D}} \quad (3.17.a)$$

tal que:

$$F_{d_K} = - \frac{\partial R}{\partial \dot{D}_K} \quad (3.17.b)$$

- \underline{C} matriz de amortecimento
 F_d forças dissipativas
 R função de dissipação de Rayleigh

O trabalho virtual realizado pelas forças não conservativas é dado por:

$$\delta W_a = - \sum_{i=1}^n F_{d_K} \delta D_K \quad (3.17.c)$$

W_a trabalho realizado pelas forças dissipativas.

Supondo um elemento finito cujos deslocamentos genéricos \underline{w} são interpolados a partir dos deslocamentos nodais \underline{D} pelas funções de interpolação \underline{a}

$$\underline{w} = \underline{a} \underline{D} \quad (3.18)$$

temos que:

$$\dot{\underline{w}} = \underline{a} \dot{\underline{D}} \quad (3.19)$$

Assumindo a lei de Hooke:

$$\underline{\sigma} = \underline{E} \underline{\epsilon} \quad (3.20)$$

E colocando $\underline{\epsilon}$ em função dos deslocamentos nodais:

$$\underline{\epsilon} = \underline{B} \underline{D} \quad (3.21)$$

onde:

\underline{E} matriz de elasticidade

\underline{B} matriz que relaciona deformações com deslocamentos nodais.

Levando as equações (3.18), (3.19), (3.20) e (3.21) em (3.12), (3.14), (3.15), (3.16) e (3.17) e efetuando as primeiras variações ficamos com:

$$T = \frac{1}{2} \int_V \mu \underline{\dot{D}}^t \underline{a}^t \underline{a} \underline{\dot{D}} dv \quad (3.22)$$

$$\delta T = \delta \dot{\underline{D}}^t \int_v \mu \underline{a}^t \underline{a} dv \cdot \dot{\underline{D}} \quad (3.23)$$

$$Wd = - \frac{1}{2} \int_v \underline{D}^t \underline{B}^t \underline{E} \underline{B} \underline{D} dv \quad (3.24)$$

$$\delta Wd = - \delta \underline{D}^t \int_v \underline{B}^t \underline{E} \underline{B} dv \cdot \underline{D} \quad (3.25)$$

$$Wv = \int_v \underline{D}^t \underline{a}^t \underline{F}_v dv \quad (3.26)$$

$$\delta Wv = \delta \underline{D}^t \int_v \underline{a}^t \underline{F}_v dv \quad (3.27)$$

$$Ws = \int_s \underline{D}^t \underline{a}^t \underline{F}_s ds \quad (3.28)$$

$$\delta Ws = \delta \underline{D}^t \int_s \underline{a}^t \underline{F}_s ds \quad (3.29)$$

$$\delta W_a = - \sum_{i=1}^n - \frac{\partial R}{\partial \dot{D}_K} \delta D_K \quad (3.30)$$

$$\delta W_a = - \delta \underline{D}^t \underline{C} \dot{\underline{D}} \quad (3.31)$$

Aplicando agora o Princípio de Hamilton com a combinação das equações (3.23), (3.25), (3.27), (3.29) e (3.31):

$$\begin{aligned} \delta \int_{t_1}^{t_2} (T + W) dt = & \int_{t_1}^{t_2} \left[\delta \dot{\underline{D}}^t \int_v \mu \underline{a}^t \underline{a} dv + \dot{\underline{D}} \right. \\ & - \delta \underline{D}^t \int_v \underline{B}^t \underline{E} \underline{B} dv + \dot{\underline{D}} + \delta \underline{D}^t \int_v \underline{a}^t \underline{F}_v dv \\ & \left. + \delta \underline{D}^t \int_s \underline{a}^t \underline{F}_s ds - \delta \underline{D}^t \underline{C} \dot{\underline{D}} \right] dt = 0 \end{aligned} \quad (3.32)$$

A primeira parcela da equação (3.32) pode ser inte-grada por partes:

$$\int_{t_1}^{t_2} \delta \dot{\underline{D}}^t \left[\int_v \mu \underline{a}^t \underline{a} dv \right] \dot{\underline{D}} dt = \left[\delta \underline{D}^t \left(\int_v \mu \underline{a}^t \underline{a} dv \right) \dot{\underline{D}} \right]_{t_1}^{t_2} - \int_{t_1}^{t_2} \delta \underline{D}^t \left(\int_v \mu \underline{a}^t \underline{a} dv \right) \ddot{\underline{D}} dt \quad (3.33)$$

De acordo com o princípio de Hamilton:

$$\delta \underline{D}(t_1) = \delta \underline{D}(t_2) = 0 \quad (3.34)$$

Logo o primeiro termo do segundo membro de (3.33) se anula.

Substituindo então (3.33) em (3.32):

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T + W) dt = \int_{t_1}^{t_2} \delta \underline{D}^t \left[\left(- \int_v \mu \underline{a}^t \underline{a} dv \right) \ddot{\underline{D}} - \right.$$

$$\begin{aligned}
- \underline{C} \dot{\underline{D}} - \left(\int_{\underline{v}} \underline{B}^t \underline{E} \underline{B} \, dv \right) \underline{D} + \int_{\underline{v}} \underline{a}^t \underline{F}_{\underline{v}} \, dv \\
+ \left[\int_{\underline{s}} \underline{a}^t \underline{F}_{\underline{s}} \, ds \right] dt = 0
\end{aligned} \tag{3.35}$$

Com as variações dos deslocamentos $\delta \underline{D}$ são arbitrárias, a expressão entre colchetes da equação (3.35) se anula, fornecendo a equação matricial dos deslocamentos nodais, variáveis com o tempo, do elemento finito:

$$\begin{aligned}
\left[\int_{\underline{v}} \mu \underline{a}^t \underline{a} \, dv \right] \ddot{\underline{D}} + \underline{C} \dot{\underline{D}} + \left[\int_{\underline{v}} \underline{B}^t \underline{E} \underline{B} \, dv \right] \underline{D} \\
= \int_{\underline{v}} \underline{a}^t \underline{F}_{\underline{v}} \, dv + \int_{\underline{s}} \underline{a}^t \underline{F}_{\underline{s}} \, ds
\end{aligned} \tag{3.36}$$

Fazendo agora:

$$\underline{M}^e = \int_v \mu \underline{a}^t \underline{a} dv \quad (3.37)$$

$$\underline{C}^e = \underline{C} \quad (3.38)$$

$$\underline{K}^e = \int_v \underline{B}^t \underline{E} \underline{B} dv \quad (3.39)$$

$$\underline{A}^e = \int_v \underline{a}^t \underline{F}_v dv + \int_s \underline{a}^t \underline{F}_s ds \quad (3.40)$$

Levando (3.37), (3.38), (3.39) e (3.40) em (3.36):

$$\underline{M}^e \ddot{\underline{D}} + \underline{C}^e \dot{\underline{D}} + \underline{K}^e \underline{D} = \underline{A}^e \quad (3.41)$$

onde:

\underline{M}^e matriz de massa consistente do elemento

\underline{C}^e matriz de amortecimento do elemento

\underline{K}^e matriz de rigidez do elemento

\underline{A}^e ações nodais equivalentes no elemento.

Efetuada a montagem das matrizes da estrutura com a contribuição de todos os elementos, chegamos a

$$\underline{M} \ddot{\underline{D}} + \underline{C} \dot{\underline{D}} + \underline{K} \underline{D} = \underline{A} \quad (3.42)$$

equação do movimento da estrutura, já discutida no capítulo anterior.

3.3.2 - PROPRIEDADES DOS ELEMENTOS DE PÓRTICOS

3.3.2.1 - Matriz de Massa Consistente

Esta matriz foi desenvolvida inicialmente por Archer¹ para a representação das propriedades de massa do elemento. Sua obtenção é feita através da integração da equação (3.37) onde \underline{a} são as funções de interpolação para o elemento de pórtico da equação (3.7).

$$\underline{\underline{M}}^e = \frac{A_x L}{420} = \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 54 & -13L \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 13L & -3L^2 \\ 70 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 156 & -22L \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix}$$

(3.44)

sendo:

A_x área da seção transversal do elemento

L comprimento do elemento.

3.3.2.2 - Matriz de Amortecimento

A matriz de amortecimento dos elementos finitos em questão, em face de não se possuir na literatura corrente dados para sua formação, não será constituída. O amortecimento na estrutura vai ser levado em consideração através da matriz de amortecimento global, que será obtida como combinação linear das matrizes de rigidez e de massa consistente da estrutura, como:

$$\underline{C} = \alpha \underline{M} + \beta \underline{K} \quad (3.44)$$

Sendo:

α, β constantes.

3.3.2.3 - Matriz de Rigidez

A matriz de rigidez do elemento de pórtico é obtida por intermédio da resolução da equação (3.39), como:

$$\underline{K}^e = \begin{bmatrix} \frac{EA_x}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA_x}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & -\frac{12EI_z}{L^3} & \frac{6EI_z}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & \frac{4EI_z}{L} & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & \frac{2EI_z}{L} \\ -\frac{EA_x}{L} & 0 & 0 & \frac{EA_x}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-12EI_z}{L^3} & \frac{-6EI_z}{L^2} & 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & \frac{-6EI_z}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI_z}{L^2} & \frac{2EI_z}{L} & 0 & \frac{-6EI_z}{L^2} & \frac{4EI_z}{L} \end{bmatrix}$$

Sendo:

E módulo de elasticidade longitudinal

I_z momento de inércia da seção transversal em relação ao eixo z .

3.3.2.4 - Ações Nodais Equivalentes

O fato dos veículos, usados para a análise dinâmica neste estudo, possuírem um só eixo, concentrando a carga em um ponto se deslocando sobre a estrutura, nos leva à seguinte expressão para o vetor das forças nodais equivalentes:

$$\underline{A}^e = \int_0^L \underline{a}^t P \, dx \quad (3.46)$$

Sendo:

P o valor da força móvel.

Como, neste trabalho, s \tilde{o} se leva em considera \tilde{c} o o efeito de cargas verticais, as a \tilde{c} o \tilde{e} s nodais equivalentes ser \tilde{a} o apenas as mostradas na Figura 3.9.

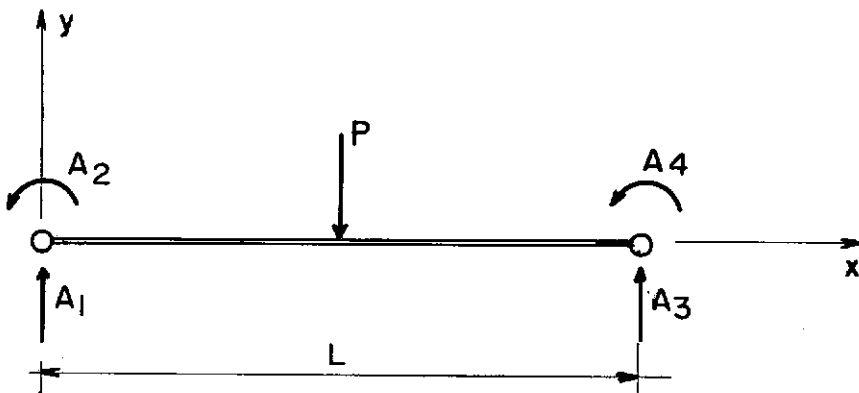


FIGURA 3.9

O vetor a utilizado no caso \tilde{e} o obtido na equa \tilde{c} o (3.7). Fazendo a integra \tilde{c} o de (3.46), ficamos com:

$$\underline{A}^e = P \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ 1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3} \\ x - \frac{2x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \\ 0 \\ \frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3} \\ -\frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \end{array} \right\} \quad (3.47)$$

3.3.3 - PROPRIEDADES DOS ELEMENTOS DE VIGAS

3.3.3.1 - Matriz de Massa Consistente

Utilizando na equação (3.37) as funções de interpolação para o elemento de viga e integrando a expressão, gera:

$$\underline{M}^e = \frac{A_x L}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22L & 54 & -13L \\ 22L & 4L^2 & 13L & -3L^2 \\ 54 & 13L & 156 & -22L \\ -13L & -3L^2 & -22L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (3.48)$$

3.3.3.2 - Matriz de Amortecimento

Como no caso de pórticos, apenas a matriz de amortecimento da estrutura será considerado através da equação (3.44).

3.3.3.3 - Matriz de Rigidez

A partir da integração de (3.39), porém com as matrizes B e E para elementos de viga, se obtém:

$$\underline{K}^e = \frac{EI_z}{L^3} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

3.3.3.4 - Ações Nodais Equivalentes

Usando a expressão (3.46), com as funções de interpolação a para elementos de viga de (3.10), chega-se a:

$$\underline{A}^e = P$$

$$\left\{ \begin{array}{c} 1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3} \\ x - \frac{2x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \\ \frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3} \\ -\frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^3} \end{array} \right\}$$

(3.50)

CAPÍTULO IV

CARGAS MÔVEIS EM VIGAS E PÓRTICOS PLANOS

4.1 - INTRODUÇÃO

Nos problemas correntes, o efeito da massa associada ao carregamento não é considerado e a análise da resposta dinâmica pode ser feita através do método da superposição modal, já que as cargas móveis não produzem termos nas equações do movimento relacionados com as coordenadas generalizadas. Neste capítulo são apresentadas as formulações para os três tipos de veículos idealizados no trabalho: carga móvel sem massa, carga móvel com massa e o veículo constituído de duas massas acopladas por uma mola e um amortecedor. Nos dois últimos casos, a massa da excitação é levada em conta, produzindo forças de inércia devidas a massa da carga que são relacionadas diretamente com as acelerações, velocidades e deslocamentos nodais. Como consequência, os coe

ficientes que regem as equações do movimento se tornam dependentes do carregamento e variam com a posição do mesmo sobre a estrutura. Nestes casos, o método de análise mais apropriado é o da integração por etapas, que parte da integração das equações do movimento diretamente.

4.2 - FORMULAÇÃO

4.2.1 - CARGA MÓVEL

O primeiro tipo de carregamento idealizado é o de uma carga concentrada se deslocando sobre a estrutura com velocidade ou aceleração constante, cuja massa é considerada desprezível em presença da massa da estrutura.

A força que atua em um elemento num instante qualquer, será somente o peso da carga, que vai ser levado no vetor das ações nodais equivalentes (Vide Figura 4.1).

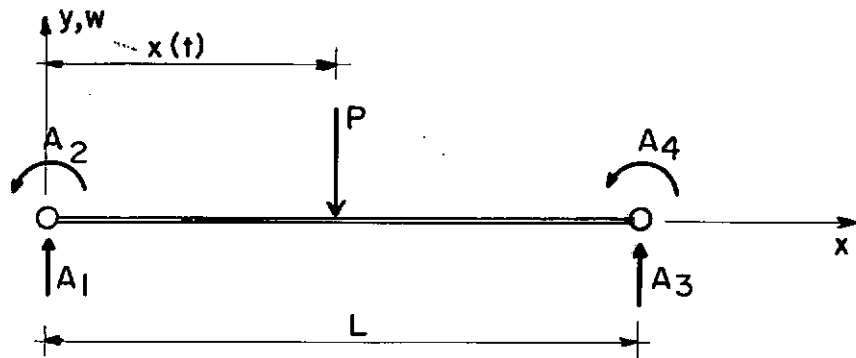


FIGURA 4.1

Como agora \underline{x} é função do tempo, as equações (3.47) e (3.50) ficam:

$$\underline{A}(t) = P \underline{a}^t[x(t)] \quad (4.1)$$

sendo:

P peso do veículo.

Substituindo o valor de \underline{A} nas equações do movimento da estrutura, obtem-se:

$$\underline{M} \ddot{\underline{D}} + \underline{C} \dot{\underline{D}} + \underline{K} \underline{D} = \underline{P} \underline{a}^t \quad (4.2)$$

As equações acima serão integradas diretamente, de acordo com o processo mostrado no capítulo seguinte, para a obtenção da resposta dinâmica a esta espécie de excitação.

4.2.2 - MASSA MÓVEL

Uma carga móvel dotada de massa atravessando a estrutura, dá origem a uma série de termos que afetam os coeficientes das equações do movimento. O carregamento é tratado como se fosse uma partícula que não perde o contato com a estrutura ao atravessá-la.

Com o objetivo de se determinar o efeito da massa móvel, obtem-se a aceleração vertical do ponto de contato da carga com a estrutura, tomando-se inicialmente o deslocamento do mesmo, como:

$$w(x,t) = w[x(t), t] \quad (4.3)$$

onde, devido ao fato da carga ser móvel, \underline{x} passa a ser função do tempo \underline{t} .

Fazendo a derivação da equação (4.3) com relação a \underline{t} , temos a velocidade:

$$\dot{w}(x,t) = \frac{\partial w}{\partial x} \dot{x} + \frac{\partial w}{\partial t} \quad (4.4)$$

Derivando novamente, obtemos a aceleração:

$$\ddot{w}(x,t) = \frac{\partial \dot{w}}{\partial x} \dot{x} + \frac{\partial \dot{w}}{\partial t} \quad (4.5)$$

$$\ddot{w}(x,t) = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \dot{x}^2 + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} \dot{x} + \frac{\partial w}{\partial x} \ddot{x} + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (4.6)$$

A posição da carga móvel $x(t)$ é definida por:

$$x(t) = v_0 t + \frac{1}{2} a_0 t^2 \quad (4.7)$$

onde:

v_0 velocidade

a_0 aceleração.

Logo, a velocidade horizontal e a aceleração da excitação são obtidas por derivação com relação ao tempo de (4.7)

$$\dot{x}(t) = v_0 + a_0 t \quad (4.8)$$

$$\ddot{x}(t) = a_0 \quad (4.9)$$

A fim de se obter os termos da equação (4.6), dependentes do deslocamento vertical da partícula, faz-se a diferenciação de (3.18) em relação a \underline{x} e a \underline{t} , como a seguir:

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \underline{a}_x \underline{D} \quad (4.10)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \underline{a} \dot{\underline{D}} \quad (4.11)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = \underline{a}_{xx} \underline{D} \quad (4.12)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} = \underline{a}_x \dot{\underline{D}} \quad (4.13)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \underline{a} \ddot{\underline{D}} \quad (4.14)$$

Substituindo as equações (4.8) a (4.14) em (4.6), temos:

$$\begin{aligned} \ddot{w}(x,t) = & (v_0 + a_0 t)^2 \underline{a}_{xx} \underline{D} + 2(v_0 + a_0 t) \underline{a}_x \dot{\underline{D}} \\ & + a_0 \underline{a}_x \underline{D} + \underline{a} \ddot{\underline{D}} \end{aligned} \quad (4.15)$$

É conveniente observar que as coordenadas da carga móvel são relativas ao sistema global da estrutura, enquanto que as funções de interpolação e suas derivadas são relativas ao sistema local. Para superar este detalhe, define-se a coordenada

x_0 como sendo a posição do nó esquerdo do elemento em que se encontra o carregamento e a coordenada x_1 é obtida subtraindo-se x_0 do valor dado por (4.7).

A massa móvel, percorrendo a estrutura, dá origem a dois tipos de forças: o peso do carregamento e as forças de inércia associadas à massa deste (Figura 4.2).

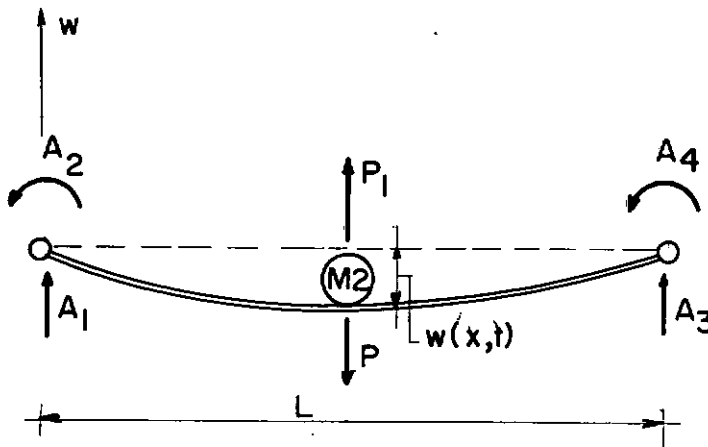


FIGURA 4.2

De acordo com a segunda Lei de Newton:

$$P_1 = - m_2 \ddot{w}(x,t) \quad (4.16)$$

Sendo:

m_2 a massa da carga.

P_1 forças de inércia associadas à massa m_2 .

P peso do veículo.

Todas as forças atuantes na estrutura são transformadas em ações nodais equivalentes e levadas no vetor das ações. Assim, ficamos com a nova equação do movimento:

$$\underline{M} \ddot{\underline{D}} + \underline{C} \dot{\underline{D}} + \underline{K} \underline{D} = \left[\underline{P} - m_2 \ddot{w}(x, t) \right] \underline{a}^t \quad (4.17)$$

Substituindo (4.15) em (4.17), ficamos com:

$$\begin{aligned} \underline{M} \ddot{\underline{D}} + \underline{C} \dot{\underline{D}} + \underline{K} \underline{D} = & \left[\underline{P} - m_2 (v_0 + a_0 t)^2 \underline{a}_{xx} \underline{D} \right. \\ & \left. - 2 m_2 (v_0 + a_0 t) \underline{a}_x \dot{\underline{D}} - m_2 a_0 \underline{a}_x \underline{D} - m_2 \underline{a} \ddot{\underline{D}} \right] \underline{a}^t \end{aligned} \quad (4.18)$$

$$\begin{aligned}
 \underline{M} \ddot{\underline{D}} + \underline{C} \dot{\underline{D}} + \underline{K} \underline{D} = \underline{P} \underline{a}^t - m_2 \underline{a}^t \underline{a} \ddot{\underline{D}} - 2 m_2 (v_0 + a_0 t) \\
 \times \underline{a}^t \underline{a}_x \dot{\underline{D}} - m_2 (v_0 + a_0 t)^2 \underline{a}^t \underline{a}_{xx} \underline{D} - m_2 a_0 \underline{a}^t \underline{a}_x \underline{D}
 \end{aligned}
 \tag{4.19}$$

Fazendo, então:

$$\underline{M}^* = m_2 \underline{a}^t \underline{a} \tag{4.20}$$

$$\underline{C}^* = 2 m_2 (v_0 + a_0 t) \underline{a}^t \underline{a}_x \tag{4.21}$$

$$\underline{K}^* = m_2 (v_0 + a_0 t)^2 \underline{a}^t \underline{a}_{xx} + m_2 a_0 \underline{a}^t \underline{a}_x \tag{4.22}$$

Levando (4.20) a (4.22) em (4.19):

$$\underline{M} \ddot{\underline{D}} + \underline{C} \dot{\underline{D}} + \underline{K} \underline{D} = \underline{P} \underline{a}^t - \underline{M}^* \ddot{\underline{D}} - \underline{C}^* \dot{\underline{D}} - \underline{K}^* \underline{D} \tag{4.23}$$

Rearrmando a equação:

$$\left[\underline{M} + \underline{M}^* \right] \ddot{\underline{D}} + \left[\underline{C} + \underline{C}^* \right] \dot{\underline{D}} + \left[\underline{K} + \underline{K}^* \right] \underline{D} = \underline{P} \underline{a}^t \quad (4.24)$$

As matrizes \underline{M}^* , \underline{C}^* , \underline{K}^* , associadas à massa móvel, dependem das funções de interpolação do elemento e serão de quarta ordem no caso de elemento de viga e de sexta ordem para elementos de pórticos planos.

Observando a equação (4.24), pode-se ver como as matrizes de massa, amortecimento e rigidez do sistema ficam afetadas pelos termos associados à massa do carregamento. Para se obter a resposta da estrutura submetida à massa móvel, as equações (4.24) serão integradas pelo método apresentado no Capítulo V.

4.2.3 - SISTEMA MASSA-MOLA-AMORTECEDOR-MASSA

No presente estudo, o terceiro tipo de excitação considerado é um veículo dotado de duas massas, acopladas por uma mola e um amortecedor do tipo viscoso. O modelo foi elaborado

com a finalidade de simular o efeito de veículos pesados sobre estruturas reticuladas, porém, obedecendo às seguintes simplificações:

- a) O modelo possui um só grau de liberdade. Apesar dos veículos atuais possuírem mais de um eixo e vários graus de liberdade, já que são suportados por diversas molas, amortecedores e pneus, acredita-se que o movimento mais importante do veículo com respeito à vibração da estrutura ocorre quando todos estes elementos atuam em fase.
- b) O peso total do veículo é suposto localizado no centro de gravidade da massa suspensa do modelo.
- c) A consideração do amortecimento é opcional, tanto no modelo como na estrutura.

Baseado nas suposições acima, o sistema é mostrado na Figura 4.3, com as seguintes notações:

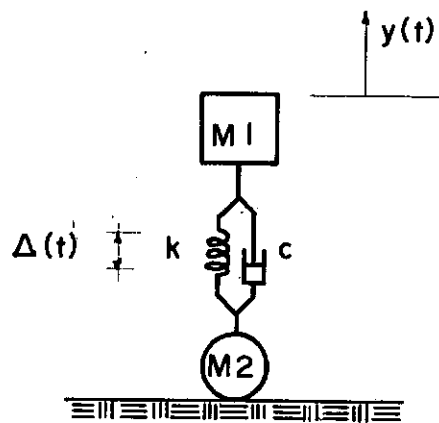


FIGURA 4.3

sendo:

- m_1 massa suspensa do veículo
- m_2 massa em contato com a estrutura
- k constante da mola do veículo
- c constante do amortecedor do veículo
- y deflexão da massa suspensa
- Δ deflexão da mola.

A deflexão da mola do veículo é obtida como:

$$\Delta(t) = y(t) - w[x(t), t] \quad (4.25)$$

onde $w[x(t), t]$ é a deflexão da estrutura no ponto de tangência com o modelo, que se supõe não perder o contato com a mesma ao atravessá-la.

Derivando (4.25) em relação a \underline{t} , temos a velocidade da massa m_1

$$\dot{\Delta}(t) = \dot{y}(t) - \dot{w}[x(t), t] \quad (4.26)$$

A equação do movimento da massa suspensa do veículo fica:

$$m_1 \ddot{y}(t) + c \dot{\Delta}(t) + k \Delta(t) = 0 \quad (4.27)$$

Levando (4.25) e (4.26) em (4.27):

$$m_1 \ddot{y}(t) + c [\dot{y}(t) - \dot{w}(x, t)] + k [y(t) - w(x, t)] = 0 \quad (4.28)$$

Utilizando (4.4) e (3.18), vem:

$$m_1 \ddot{y}(t) + c \left[\dot{y}(t) - \frac{\partial w}{\partial x} \dot{x} - \frac{\partial w}{\partial t} \right] + k \left[y(t) - \underline{a} \underline{D} \right] = 0 \quad (4.29)$$

Substituindo (4.8), (4.10) e (4.11) em (4.29), temos a equação do movimento da massa m_1 :

$$m_1 \ddot{y}(t) + c \left[\dot{y}(t) - (v_0 + a_0 t) \underline{a}_x \underline{D} - \underline{a} \dot{\underline{D}} \right] + k \left[y(t) - \underline{a} \underline{D} \right] = 0 \quad (4.30)$$

Tomando agora a equação do movimento da estrutura discretizada:

$$\underline{M} \ddot{\underline{D}} + \underline{C} \dot{\underline{D}} + \underline{K} \underline{D} = \underline{A} \quad (4.31)$$

As forças que atuam no ponto de contato do veículo com a estrutura, que serão coletadas no vetor das ações, são (Figura 4.4):

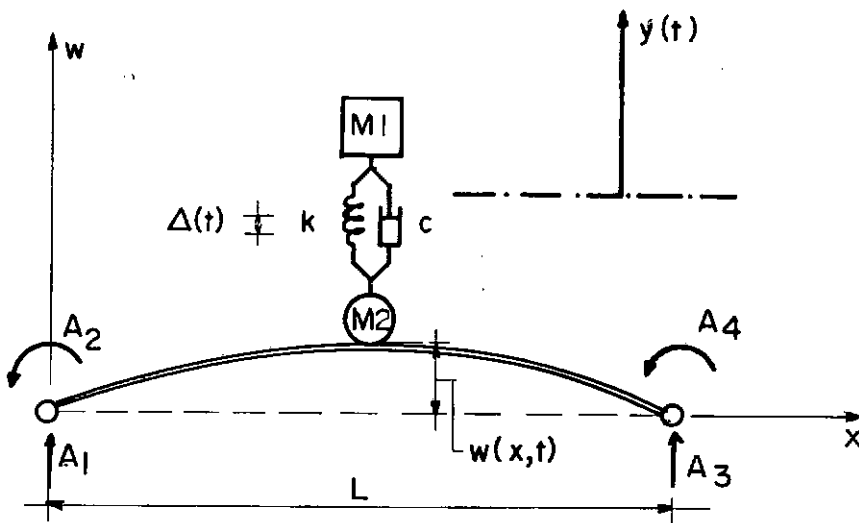


FIGURA 4.4

O peso do veículo:

$$P = (m_1 + m_2)g \quad (4.32)$$

onde:

g aceleração da gravidade.

As forças de inércia associadas à massa m_2 :

$$P_1 = -m_2 \ddot{w}(x,t) \quad (4.33)$$

A força exercida pela mola:

$$P_2 = k \Delta(t) \quad (4.34)$$

A força exercida pelo amortecedor:

$$P_3 = c \dot{\Delta}(t) \quad (4.35)$$

A força total será:

$$P_T = P + P_1 + P_2 + P_3 \quad (4.36)$$

$$P_T = (m_1 + m_2)g - m_2 \ddot{w}(x,t) + k \Delta(t) + c \dot{\Delta}(t) \quad (4.37)$$

O vetor das forças nodais equivalentes é dado por:

$$\underline{A}(t) = P_T \underline{a}^t \left[x(t) \right] \quad (4.38)$$

Usando (4.25) e (4.26), (4.37) fica:

$$\begin{aligned}
 P_T = (m_1 + m_2)g - m_2 \ddot{w}(x,t) + c \left[\dot{y}(t) - \dot{w}(x,t) \right] \\
 + k \left[y(t) - w(x,t) \right] \quad (4.39)
 \end{aligned}$$

Substituindo (4.39) em (4.38) e introduzindo as equações (4.15), (4.4) e (3.18), ficamos com:

$$\begin{aligned}
 \underline{A}(t) = (m_1 + m_2)g \underline{a}^t - m_2 (v_0 + a_0 t)^2 \underline{a}^t \underline{a}_{xx} \underline{D} \\
 - 2 m_2 (v_0 + a_0 t) \underline{a}^t \underline{a}_x \underline{\dot{D}} - m_2 a_0 \underline{a}^t \underline{a}_x \underline{D} \\
 - m_2 \underline{a}^t \underline{a} \underline{\ddot{D}} + k y(t) \underline{a}^t - k \underline{a}^t \underline{a} \underline{D} + c \dot{y}(t) \underline{a}^t \\
 - c (v_0 + a_0 t) \underline{a}^t \underline{a}_x \underline{D} - c \underline{a}^t \underline{a} \underline{\dot{D}} \quad (4.40)
 \end{aligned}$$

Fazendo então:

$$\underline{M}^{**} = m_2 \underline{a}^t \underline{a} \quad (4.41)$$

$$\underline{C}^{**} = 2 m_2 (v_0 + a_0 t) \underline{a}^t \underline{a}_x + c \underline{a}^t \underline{a} \quad (4.42)$$

$$\begin{aligned} \underline{K}^{**} = m_2 (v_0 + a_0 t)^2 \underline{a}^t \underline{a}_{xx} + m_2 a_0 \underline{a}^t \underline{a}_x + k \underline{a}^t \underline{a} \\ + c (v_0 + a_0 t) \underline{a}^t \underline{a}_x \end{aligned} \quad (4.43)$$

O vetor das ações fica:

$$\begin{aligned} \underline{A}(t) = (m_1 + m_2)g \underline{a}^t + k y(t) \underline{a}^t + c \dot{y}(t) \underline{a}^t \\ - \underline{M}^{**} \ddot{\underline{D}} - \underline{C}^{**} \dot{\underline{D}} - \underline{K}^{**} \underline{D} \end{aligned} \quad (4.44)$$

Levando (4.44) na equação do movimento da estrutura (4.31), temos:

$$\begin{aligned} \underline{\underline{M}} \ddot{\underline{\underline{D}}} + \underline{\underline{C}} \dot{\underline{\underline{D}}} + \underline{\underline{K}} \underline{\underline{D}} = (\underline{m}_1 + \underline{m}_2) \underline{g} \underline{a}^t + k \underline{y}(t) \underline{a}^t \\ + c \dot{\underline{y}}(t) \underline{a}^t - \underline{\underline{M}}^{**} \ddot{\underline{\underline{D}}} - \underline{\underline{C}}^{**} \dot{\underline{\underline{D}}} - \underline{\underline{K}}^{**} \underline{\underline{D}} \end{aligned} \quad (4.45)$$

Rearrmando os termos:

$$\begin{aligned} \left[\underline{\underline{M}} + \underline{\underline{M}}^{**} \right] \ddot{\underline{\underline{D}}} + \left[\underline{\underline{C}} + \underline{\underline{C}}^{**} \right] \dot{\underline{\underline{D}}} + \left[\underline{\underline{K}} + \underline{\underline{K}}^{**} \right] \underline{\underline{D}} - k \underline{y}(t) \underline{a}^t \\ - c \dot{\underline{y}}(t) \underline{a}^t = (\underline{m}_1 + \underline{m}_2) \underline{g} \underline{a}^t \end{aligned} \quad (4.46)$$

que é a equação da estrutura discretizada, submetida ao carregamento idealizado.

Como no problema da massa móvel, a consideração da massa do veículo, bem como o efeito da mola e do amortecedor, geram termos que afetam diretamente os coeficientes da equação da estrutura.

As novas matrizes $\underline{\underline{M}}^{**}$, $\underline{\underline{C}}^{**}$ e $\underline{\underline{K}}^{**}$, também são dependentes das funções de interpolação dos elementos considerados,

sendo de quarta ordem para vigas e de ordem seis no caso de pórticos.

A análise da resposta da estrutura, sujeita à excitação do veículo, é feita resolvendo-se simultaneamente o conjunto de equações diferenciais acopladas do sistema discretizado e a equação diferencial que rege o movimento da massa suspensa do veículo.

Assim, agrupando as equações (4.30) e (4.46), obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \underline{M} + \underline{M}^{**} & 0 \\ 0 & m_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\underline{D}} \\ \ddot{\underline{y}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{C} + \underline{C}^{**} & -c \underline{a}^t \\ -c \underline{a} & c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\underline{D}} \\ \dot{\underline{y}} \end{Bmatrix} +$$

$$+ \left[\begin{array}{c|c} \underline{K} + \underline{K}^{**} & -k \underline{a}^t \\ \hline -c(\underline{v}_0 + \underline{a}_0 t) \underline{a}_x - k \underline{a} & k \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \underline{D} \\ \hline y \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} (m_1 + m_2) g \underline{a}^t \\ \hline 0 \end{array} \right\}$$

(4.47)

A equação (4.47) será integrada diretamente através do método proposto a seguir.

CAPÍTULO V

INTEGRAÇÃO NUMÉRICA

5.1 - INTRODUÇÃO

Com o propósito de solver as equações do movimento de estruturas submetidas às três classes de excitações propostas neste trabalho, o método da aceleração linear de Wilson é apresentado a seguir, juntamente com a formulação destas equações para os casos previstos.

Também algumas considerações sobre a escolha do intervalo de integração a ser usado, são feitas neste capítulo.

A fim de evitar prolixidade, a formulação é feita para o caso do veículo dotado de duas massas e estendida para os outros dois casos de carregamento.

5.2 - MÉTODO DE WILSON- θ

5.2.1 - SISTEMA MASSA-MOLA-AMORTECEDOR-MASSA

Como discutido anteriormente no Capítulo II, foi escolhido o método das acelerações lineares para a integração numérica do conjunto de equações do movimento, por ser este um método bastante apropriado para equações diferenciais de segunda ordem.

O método parte da suposição que durante um pequeno intervalo de tempo h , as acelerações nodais e da massa suspensa do veículo variam linearmente como na figura abaixo.

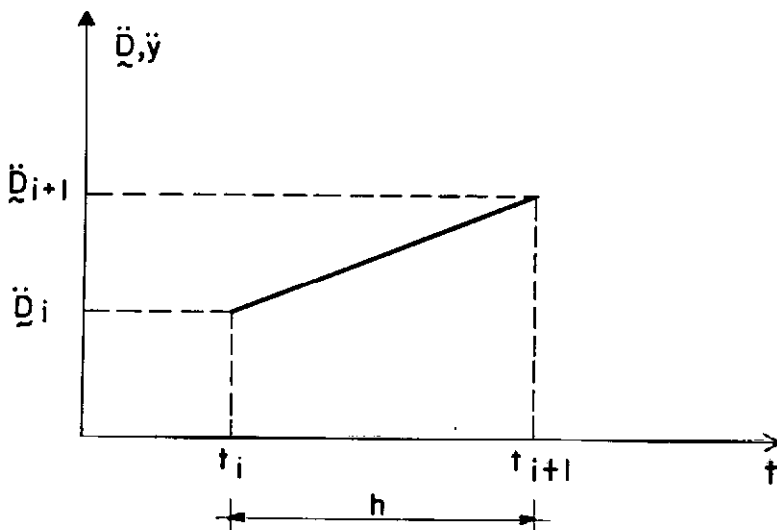


FIGURA 5.1

Assim, a aceleração num tempo qualquer entre t_i e t_{i+1} pode ser obtida sob a forma matricial como:

$$\ddot{\underline{D}}(t) = \ddot{\underline{D}}_i + (\ddot{\underline{D}}_{i+1} - \ddot{\underline{D}}_i) \frac{t}{h} \quad (5.1)$$

$$t_i < t < t_{i+1}$$

$$\ddot{\underline{y}}(t) = \ddot{\underline{y}}_i + (\ddot{\underline{y}}_{i+1} - \ddot{\underline{y}}_i) \frac{t}{h} \quad (5.2)$$

Sendo:

$\ddot{\underline{D}}_i$ acelerações nodais no tempo i

$\ddot{\underline{y}}_i$ aceleração da massa suspensa no tempo i

$\ddot{\underline{D}}_{i+1}$ acelerações nodais no tempo $i+1$

$\ddot{\underline{y}}_{i+1}$ aceleração da massa suspensa no tempo $i+1$

Integrando as equações (5.1) e (5.2) em relação ao tempo, temos as velocidades nodais:

$$\dot{\underline{D}}(t) = \dot{\underline{D}}_i + \ddot{\underline{D}}_i t + (\ddot{\underline{D}}_{i+1} - \ddot{\underline{D}}_i) \frac{t^2}{2h} \quad (5.3)$$

E a velocidade da massa suspensa:

$$\dot{y}(t) = \dot{y}_i + \ddot{y}_i t + (\ddot{y}_{i+1} - \ddot{y}_i) \frac{t^2}{2h} \quad (5.4)$$

sendo:

$\dot{\underline{D}}_i$ velocidades nodais no tempo \underline{i}

\dot{y}_i velocidade da massa suspensa no tempo \underline{i} .

Integrando agora (5.3) e (5.4) em relação ao tempo, temos os deslocamentos nodais:

$$\underline{D}(t) = \underline{D}_i + \dot{\underline{D}}_i t + \ddot{\underline{D}}_i \frac{t^2}{2} + (\ddot{\underline{D}}_{i+1} - \ddot{\underline{D}}_i) \frac{t^3}{6h} \quad (5.5)$$

E o deslocamento da massa suspensa:

$$y(t) = y_i + \dot{y}_i t + \ddot{y}_i \frac{t^2}{2} + (\ddot{y}_{i+1} - \ddot{y}_i) \frac{t^3}{6h} \quad (5.6)$$

sendo:

\underline{D}_i deslocamentos nodais no tempo \underline{i}

y_i deslocamento da massa suspensa no tempo \underline{i}

Considerando então as equações do movimento do sistema estrutura-veículo (4.47), no tempo $i+1$.

$$\begin{bmatrix} \underline{M} + \underline{M}^{**} & 0 \\ 0 & m_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\underline{D}}_{i+1} \\ \ddot{y}_{i+1} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{C} + \underline{C}^{**} & -c \underline{a}^t \\ -c \underline{a} & c \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\underline{D}}_{i+1} \\ \ddot{y}_{i+1} \end{Bmatrix}$$

$$\begin{array}{c} \cdot \\ \left\{ \begin{array}{c} \underline{\dot{D}}_{i+1} \\ \hline \underline{\dot{y}}_{i+1} \end{array} \right\} + \left[\begin{array}{c|c} \underline{K} + \underline{K}^{**} & -k \underline{a}^t \\ \hline -c(\underline{v}_0 + \underline{a}_0 t) \underline{a}_x - k \underline{a} & k \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \underline{D}_{i+1} \\ \hline \underline{y}_{i+1} \end{array} \right\} =
 \end{array}$$

$$= \left\{ \begin{array}{c} (\underline{m}_1 + \underline{m}_2) g \underline{a}^t \\ \hline 0 \end{array} \right\}_{i+1} \quad (5.7)$$

Para a obtenção das velocidades e deslocamentos no tempo $i+1$, fazemos $t=h$ nas equações (5.3) a (5.6), o que resulta:

$$\dot{\underline{D}}_{i+1} = \dot{\underline{D}}_i + \frac{h}{2} (\ddot{\underline{D}}_{i+1} + \ddot{\underline{D}}_i) \quad (5.8)$$

$$\dot{\underline{y}}_{i+1} = \dot{\underline{y}}_i + \frac{h}{2} (\ddot{\underline{y}}_{i+1} + \ddot{\underline{y}}_i) \quad (5.9)$$

$$\underline{D}_{i+1} = \underline{D}_i + h \dot{\underline{D}}_i + \frac{h^2}{6} (\ddot{\underline{D}}_{i+1} + 2 \ddot{\underline{D}}_i) \quad (5.10)$$

$$\underline{y}_{i+1} = \underline{y}_i + h \dot{\underline{y}}_i + \frac{h^2}{6} (\ddot{\underline{y}}_{i+1} + 2 \ddot{\underline{y}}_i) \quad (5.11)$$

Levando as equações (5.8) a (5.11) em (5.7), vem:

$$\begin{bmatrix} \underline{M} + \underline{M}^{**} & 0 \\ 0 & m_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\underline{D}}_{i+1} \\ \ddot{\underline{y}}_{i+1} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{C} + \underline{C}^{**} & -c \underline{a}^t \\ -c \underline{a} & c \end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \dot{\underline{D}}_i + \frac{h}{2} \ddot{\underline{D}}_{i+1} + \frac{h}{2} \ddot{\underline{D}}_i \\ \dot{\underline{y}}_i + \frac{h}{2} \ddot{\underline{y}}_{i+1} + \frac{h}{2} \ddot{\underline{y}}_i \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{K} + \underline{K}^{**} & -k \underline{a}^t \\ -c(v_0 + a_0 t) \underline{a}_x - k \underline{a} & k \end{bmatrix}$$

$$\left\{ \begin{array}{c} \underline{D}_i + h \dot{\underline{D}}_i + \frac{h^2}{6} \ddot{\underline{D}}_{i+1} + \frac{h^2}{3} \ddot{\underline{D}}_i \\ \hline y_i + h \dot{y}_i + \frac{h^2}{6} \ddot{y}_{i+1} + \frac{h^2}{3} \ddot{y}_i \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} (m_1 + m_2) g \underline{a}^t \\ \hline 0 \end{array} \right\}_{i+1}$$

(5.12)

Rearrmando as equações (5.12) adequadamente:

$$\left[\begin{array}{c|c} \underline{M} + \underline{M}^{**} & 0 \\ \hline 0 & m_1 \end{array} \right] + \frac{h}{2} \left[\begin{array}{c|c} \underline{C} + \underline{C}^{**} & -c \underline{a}^t \\ \hline -c \underline{a} & c \end{array} \right] +$$

$$+ \frac{h^2}{6} \left[\begin{array}{c|c} \underline{K} + \underline{K}^{**} & -k \underline{a}^t \\ \hline -c(v_0 + a_0 t) \underline{a}_x - k \underline{a} & k \end{array} \right] \left| \begin{array}{c} \ddot{\underline{D}}_{i+1} \\ \hline \ddot{y}_{i+1} \end{array} \right\}$$

$$= \left\{ \begin{array}{c} (m_1 + m_2) g \underline{a}^t \\ \hline 0 \end{array} \right\}_{i+1} - \left[\begin{array}{c|c} \underline{C} + \underline{C}^{**} & -c \underline{a}^t \\ \hline -c \underline{a} & c \end{array} \right]$$

$$\left\{ \begin{array}{c} \dot{\underline{D}}_i + \frac{h}{2} \ddot{\underline{D}}_i \\ \hline \dot{\underline{y}}_i + \frac{h}{2} \ddot{\underline{y}}_i \end{array} \right\} - \left[\begin{array}{c|c} \underline{K} + \underline{K}^{**} & -k \underline{a}^t \\ \hline -c(v_0 + a_0 t) \underline{a}_x - k \underline{a} & k \end{array} \right]$$

$$\left\{ \begin{array}{c} \underline{D}_i + h \dot{\underline{D}}_i + \frac{h^2}{3} \ddot{\underline{D}}_i \\ \hline \underline{y}_i + h \dot{\underline{y}}_i + \frac{h^2}{3} \ddot{\underline{y}}_i \end{array} \right\}$$

(5.13)

Como todos os termos do lado direito da equação (5.13) são conhecidos no tempo $\underline{i+1}$, podemos resolvê-la para as acelerações nodais e da massa suspensa, no referido tempo.

Assim, de posse de $\ddot{\underline{D}}_{\underline{i+1}}$ e $\ddot{\underline{y}}_{\underline{i+1}}$, através de (5.8) e (5.9), calcula-se as velocidades e, de (5.10) e (5.11), os deslocamentos nodais e, da massa vibrante, no tempo $\underline{i+1}$.

5.2.2 - MASSA MÓVEL

O problema da massa móvel pode ser encarado como um caso particular do veículo de duas massas, levando-se em consideração somente a massa em contato com a estrutura, ignorando os demais elementos do modelo. Logo, as equações a serem integradas são as obtidas em (4.24).

Procedendo como no item anterior, chegamos a seguinte expressão, no tempo $\underline{i+1}$:

$$\begin{aligned}
 & \left| \left[\underline{M} + \underline{M}^* \right] + \frac{h}{2} \left[\underline{C} + \underline{C}^* \right] + \frac{h^2}{6} \left[\underline{K} + \underline{K}^* \right] \right| \ddot{\underline{D}}_{i+1} = \\
 & = P \underline{a}_{i+1}^t - \left[\underline{C} + \underline{C}^* \right] \left(\dot{\underline{D}}_i + \frac{h}{2} \ddot{\underline{D}}_i \right) \\
 & - \left[\underline{K} + \underline{K}^* \right] \left(\underline{D}_i + h \dot{\underline{D}}_i + \frac{h^2}{3} \ddot{\underline{D}}_i \right) \quad (5.14)
 \end{aligned}$$

Resolvendo (5.14) para o tempo $i+1$, as velocidades e os deslocamentos são obtidos por (5.8) e (5.10).

5.2.3 - CARGA MÓVEL

O fato de não se considerar o efeito da massa do carregamento simplifica mais ainda o problema, já que desaparecem os termos associados com a massa da carga.

A equação (4.2) manipulada como em 5.2.1, fica:

$$\begin{aligned}
 \left[\underline{M} + \frac{h}{2} \underline{C} + \frac{h^2}{6} \underline{K} \right] \ddot{\underline{D}}_{i+1} &= \underline{P} \underline{a}_{i+1}^t - \underline{C}(\dot{\underline{D}}_i + \frac{h}{2} \ddot{\underline{D}}_i) \\
 &- \underline{K}(\underline{D}_i + h \dot{\underline{D}}_i + \frac{h^2}{3} \ddot{\underline{D}}_i)
 \end{aligned} \tag{5.15}$$

Para o cálculo da resposta da estrutura, segue-se o mesmo caminho dos itens anteriores.

5.3 - INTERVALO DE INTEGRAÇÃO

A utilização do método da aceleração linear para a integração das equações do movimento, está sujeita a instabilidade, dependendo do intervalo de integração usado.

Este problema foi contornado por Wilson, E.L., que ao invés de adotar um intervalo de tempo h , considerou um intervalo θh e mostrou que para $1,42 < \theta < 2,70$, o método se torna

incondicionalmente estável ¹².

As acelerações no tempo $i+1$, passam a ser obtidas en
tão por interpolação linear (Figura 5.2), como:

$$\ddot{D}_{i+1} = \ddot{D}_i + \frac{1}{\theta} (\ddot{D}_\theta - \ddot{D}_i) \quad (5.16)$$

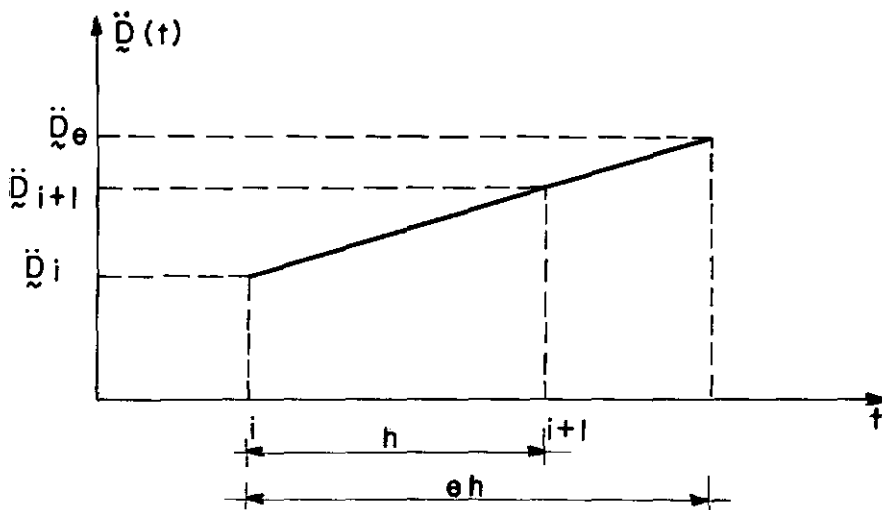


FIGURA 5.2

Para efeito de comparação nos exemplos estudados, θ
sou-se sempre $\theta = 1,4$.

CAPÍTULO VI

APLICAÇÕES-RESULTADOS

6.1 - INTRODUÇÃO

Baseado na teoria discutida anteriormente, com a utilização dos programas contidos no Capítulo VII, são apresentadas várias respostas de estruturas submetidas aos carregamentos idealizados no trabalho.

Foram determinados diversos coeficientes de impacto, definidos como sendo a relação entre o máximo deslocamento dinâmico e o máximo deslocamento estático de um determinado ponto da estrutura, para os veículos percorrendo os reticulados com velocidade e aceleração constantes.

As velocidades e acelerações foram fixadas indireta

mente, através de valores atribuídos às relações PF/TRAV, sendo PF o período fundamental e TRAV o tempo gasto pela carga para a travessar um trecho da estrutura.

As respostas dinâmicas são apresentadas em gráficos cujas abcissas representam o tempo real dividido pelo tempo de travessia e, as ordenadas, o deslocamento de um ponto da estrutura dividido pelo máximo deslocamento estático deste, para o carregamento considerado.

6.2 - VIGA BI-APOIADA

A viga da Figura 6.1, cujas características são apresentadas a seguir, foi usada como exemplo para o confronto das respostas obtidas com resultados encontrados anteriormente.

$$L = 3,00\text{m}$$

$$A_x = 0,03\text{m}^2$$

$$I_z = 0,000225\text{m}^4$$

$$E = 2100000 \text{ t}^*/\text{m}^2$$

$$\mu = 0,24 \text{ t}^* \text{ s}^2/\text{m}^4$$

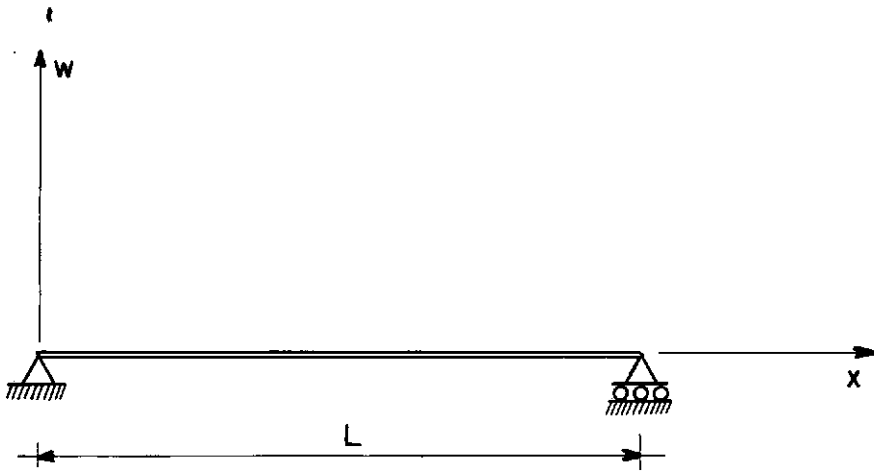


FIGURA 6.1

Para a obtenção da resposta aos vários tempos de travessia, foram calculadas as diversas velocidades e acelerações constantes para as relações PF/TRAV e tabeladas no Quadro 6.1.

QUADRO 6.1

PF/TRAV	TRAV ($\times 10^{-3}$ seg)	VELOCIDADE (m/s)	ACELERAÇÃO (m/s^2)
2,0	11,18	268,336	48003,840
1,5	14,90	201,250	27002,700
1,0	22,36	134,168	12000,960
0,5	44,72	67,084	3000,195

A viga em estudo foi discretizada em 4 elementos (Figura 6.2) para todos os casos de carregamento.

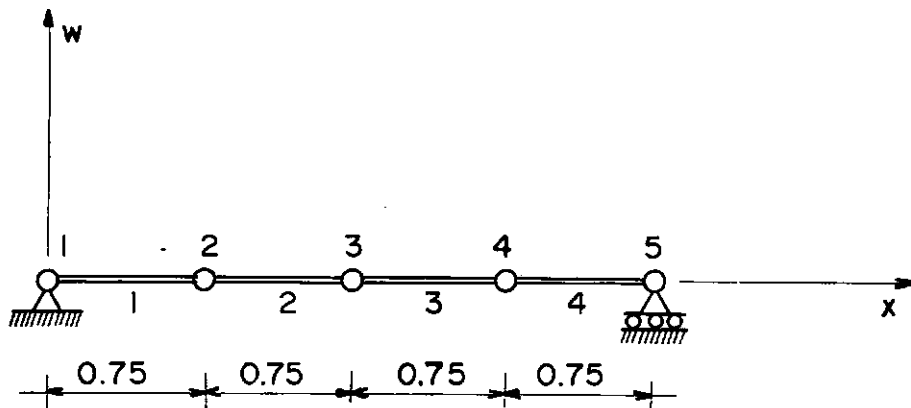


FIGURA 6.2

As respostas foram calculadas ora supondo o movimento da estrutura como não-amortecido, ora considerando o amortecimento estrutural, através dos parâmetros α e β para a construção da matriz de amortecimento.

Os coeficientes utilizados foram sugeridos por Wilson, E.L. e Clough, R.W., com $\alpha = 0,5$ seg e $\beta = 0,001/\text{seg}$, sendo o primeiro o multiplicador da matriz de massa e, o último, da matriz de rigidez da estrutura. Estes coeficientes correspondem a um amortecimento de 2,8% no primeiro modo de vibração.

6.2.1 - CARGA MÓVEL

Desprezando a massa do carregamento, foram plotados os deslocamentos verticais do ponto 3 da viga citada, para as velocidades e acelerações calculadas anteriormente.

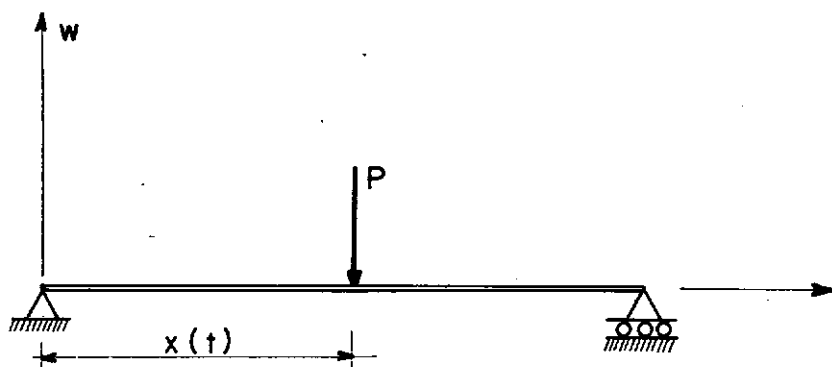


FIGURA 6.3

$$P = 1t^*$$

Máximo deslocamento estático do ponto 3 = 0,00119m

Os coeficientes de impacto para o carregamento com velocidade constante são apresentados no Quadro 6.2 e, para as acelerações constantes (com velocidade inicial nula), no Quadro 6.3.

As respostas aparecem plotadas a seguir, da Figura 6.4 à Figura 6.7.

CARGA MÓVEL COM VELOCIDADE CONSTANTE SEM AMORTECIMENTO

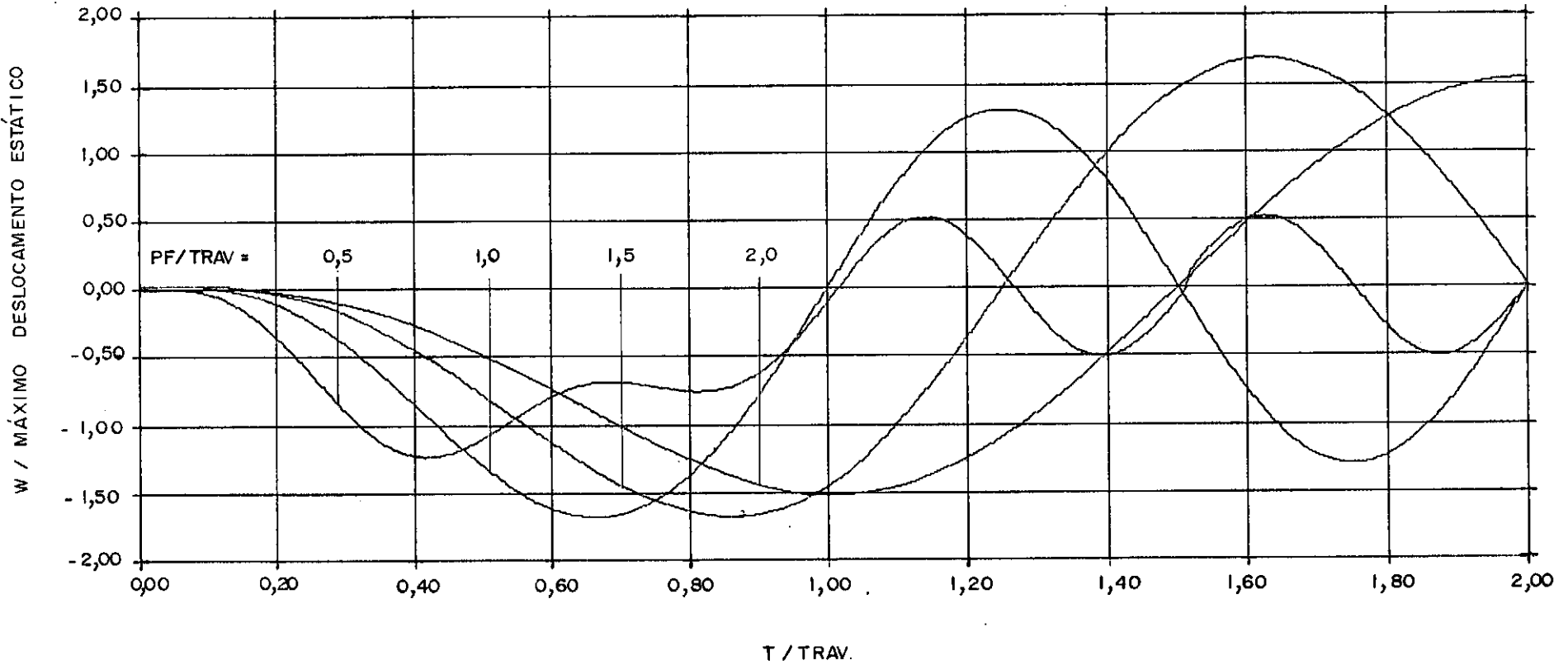


FIGURA 6.4

CARGA MÓVEL COM VELOCIDADE CONSTANTE COM AMORTECIMENTO

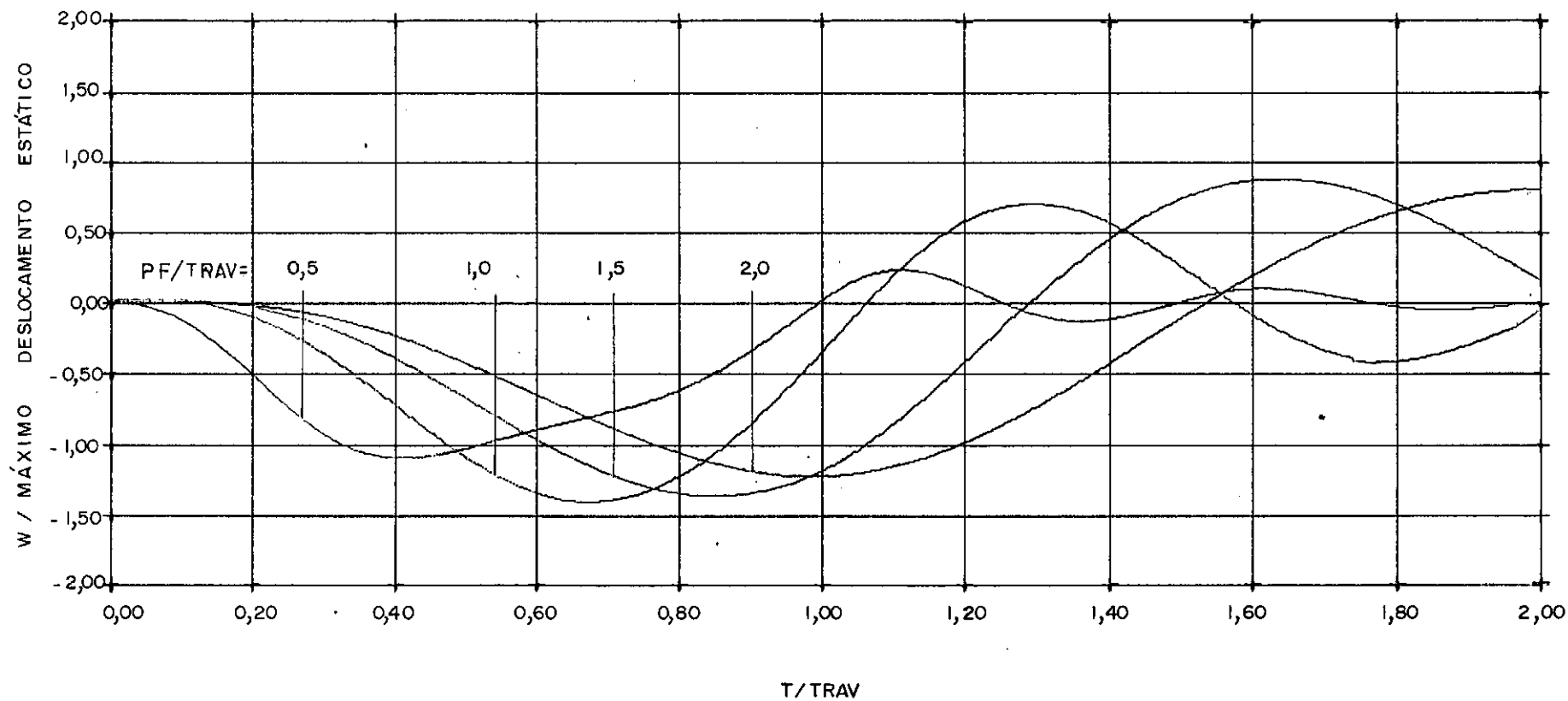


FIGURA 6.5

CARGA MÓVEL COM ACELERAÇÃO CONSTANTE SEM AMORTECIMENTO

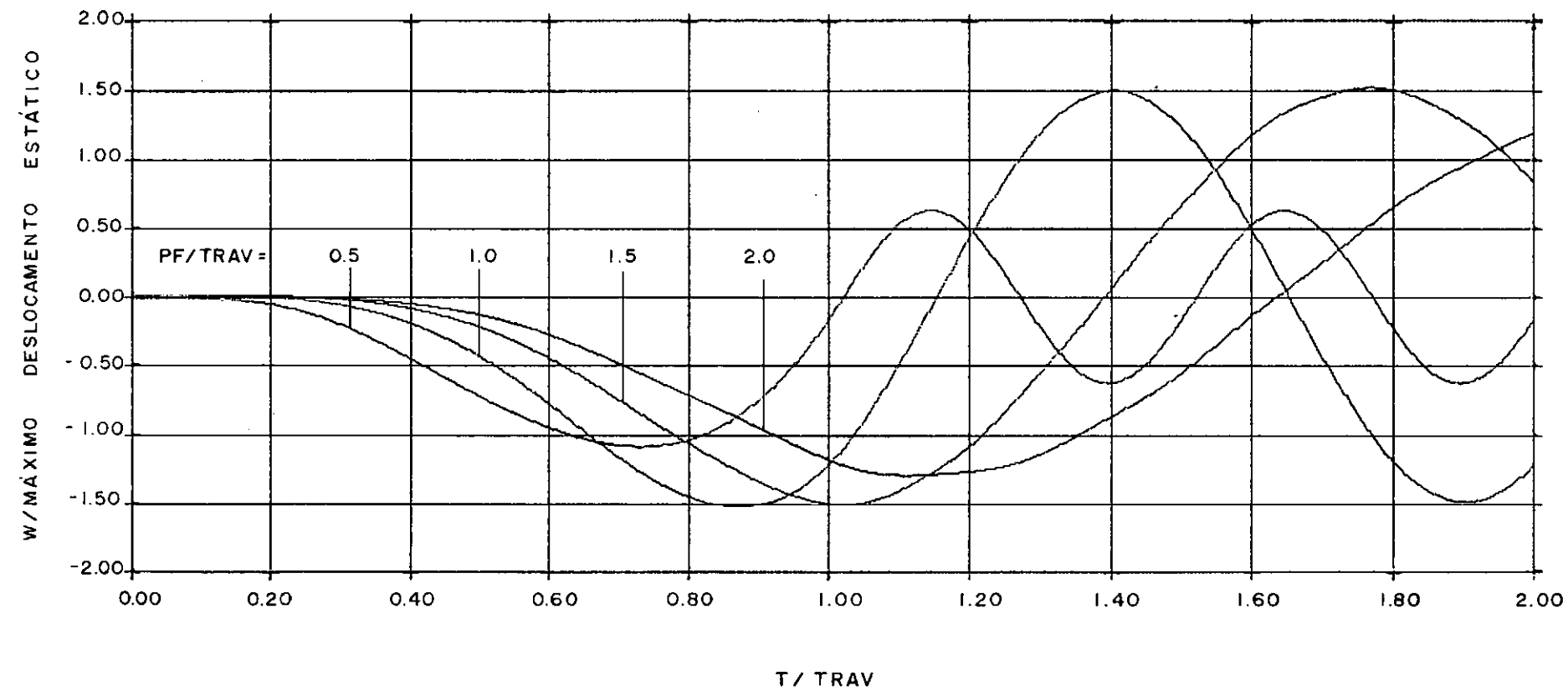


FIGURA 6.6

CARGA MÓVEL COM ACELERAÇÃO CONSTANTE COM AMORTECIMENTO

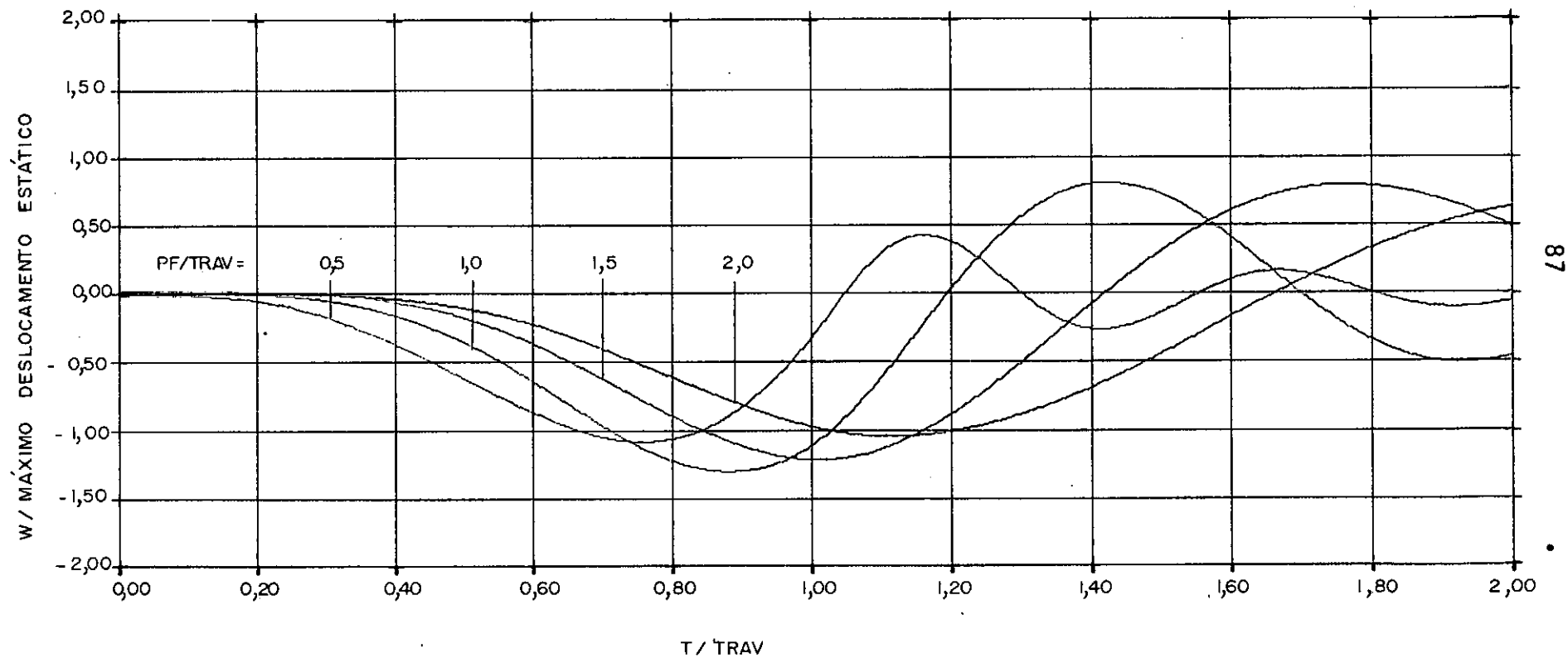


FIGURA 6.7

QUADRO 6.2

COEFICIENTES DE IMPACTO

DESLOCAMENTO VERTICAL DO PONTO 3						
PF/TRAV	CARGA MÔVEL - VELOCIDADE CONSTANTE					
	Sem Amortecimento					Amortecido
	Exato	Venâncio	M. Jung	Yoshida	Falabella	Falabella
2,0	1,55	1,53	1,55	1,540	1,547	1,256
1,5	1,70	-	-	-	1,703	1,394
1,0	1,71	1,68	1,73	1,700	1,707	1,435
0,5	1,25	1,24	1,25	1,251	1,258	1,130

Intervalo de Integração = TRAV/400

QUADRO 6.3COEFICIENTES DE IMPACTO

DESLOCAMENTO VERTICAL DO PONTO 3			
PF/TRAV	CARGA MÓVEL - ACELERAÇÃO CONSTANTE		
	Sem Amortecimento		Amortecido
	Yoshida	Falabella	Falabella
2,0	1,310	1,305	1,070
1,5	-	1,520	1,243
1,0	1,525	1,532	1,318
0,5	1,091	1,096	1,099

Intervalo de Integração = TRAV/400

6.2.2 - MASSA MÓVEL

No segundo tipo de solicitação, o efeito da massa do carregamento é levado em conta. Com a mesma variação de PF/TRAV, foram calculados coeficientes de impacto para a mesma excitação anterior, $P = 1t^*$, porém, considerando-se a massa da carga.

Os coeficientes de impacto para as massas móveis com velocidade constantes são mostrados no Quadro 6.5 e, com aceleração constante, no Quadro 6.6.

QUADRO 6.5

COEFICIENTES DE IMPACTO

DESLOCAMENTO VERTICAL DO PONTO 3		
PF/TRAV	MASSA MÓVEL - VELOCIDADE CONSTANTE	
	Sem Amortecimento	Amortecido
2,0	5,062	2,975
1,5	5,407	3,548
1,0	5,252	3,978
0,5	3,117	2,450

Intervalo de Integração = TRAV/400

QUADRO 6.6COEFICIENTES DE IMPACTO

DESLOCAMENTO VERTICAL DO PONTO 3		
PF/TRAV	MASSA MÔVEL - ACELERAÇÃO CONSTANTE	
	Sem Amortecimento	Amortecido
2,0	14,527	4,274
1,5	13,881	5,098
1,0	11,017	6,014
0,5	5,859	4,686

Intervalo de Integração = TRAV/400

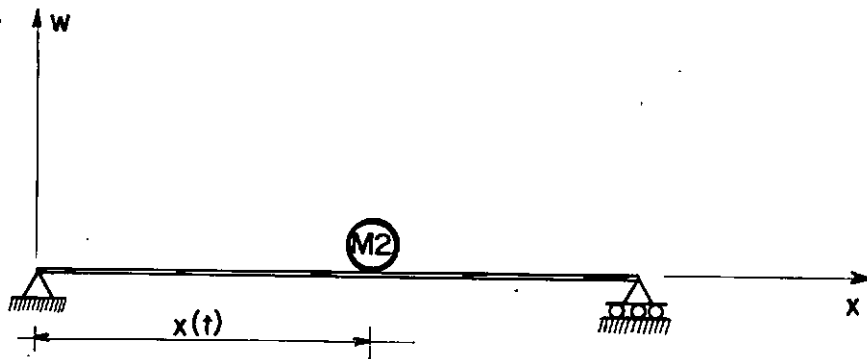


FIGURA 6.8

$$P = 1t^*$$

Máximo deslocamento estático do ponto 3 = 0,00119m

Massa da carga = 0,10193 $t^* s^2/m$

A seguir, fazendo variar a relação massa da carga sobre a massa da viga adotada, obteve-se as respostas para as relações constantes do Quadro 6.8, com as mesmas velocidades e acelerações escolhidas, que aparecem no Quadro 6.7.

MASSA MÓVEL COM VELOCIDADE CONSTANTE SEM AMORTECIMENTO

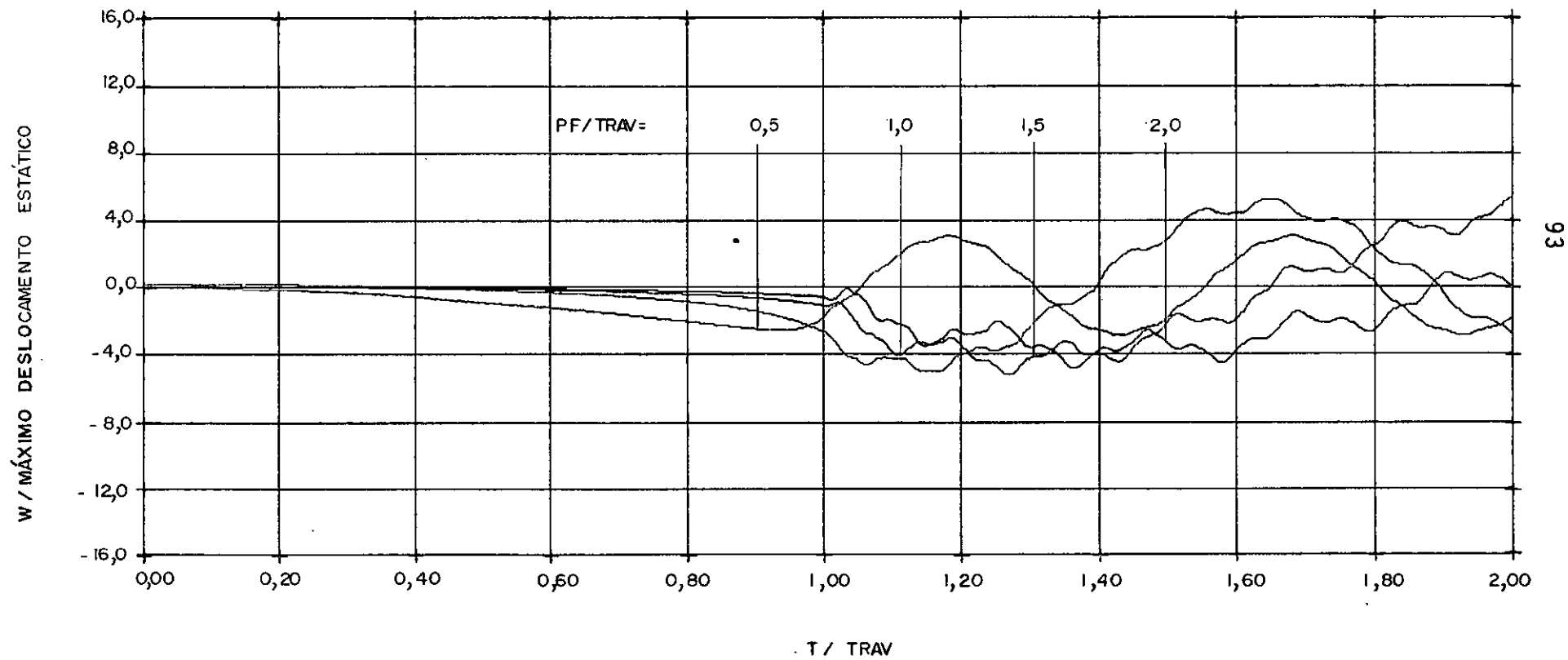


FIGURA 6.9

MASSA MÓVEL COM VELOCIDADE CONSTANTE COM AMORTECIMENTO

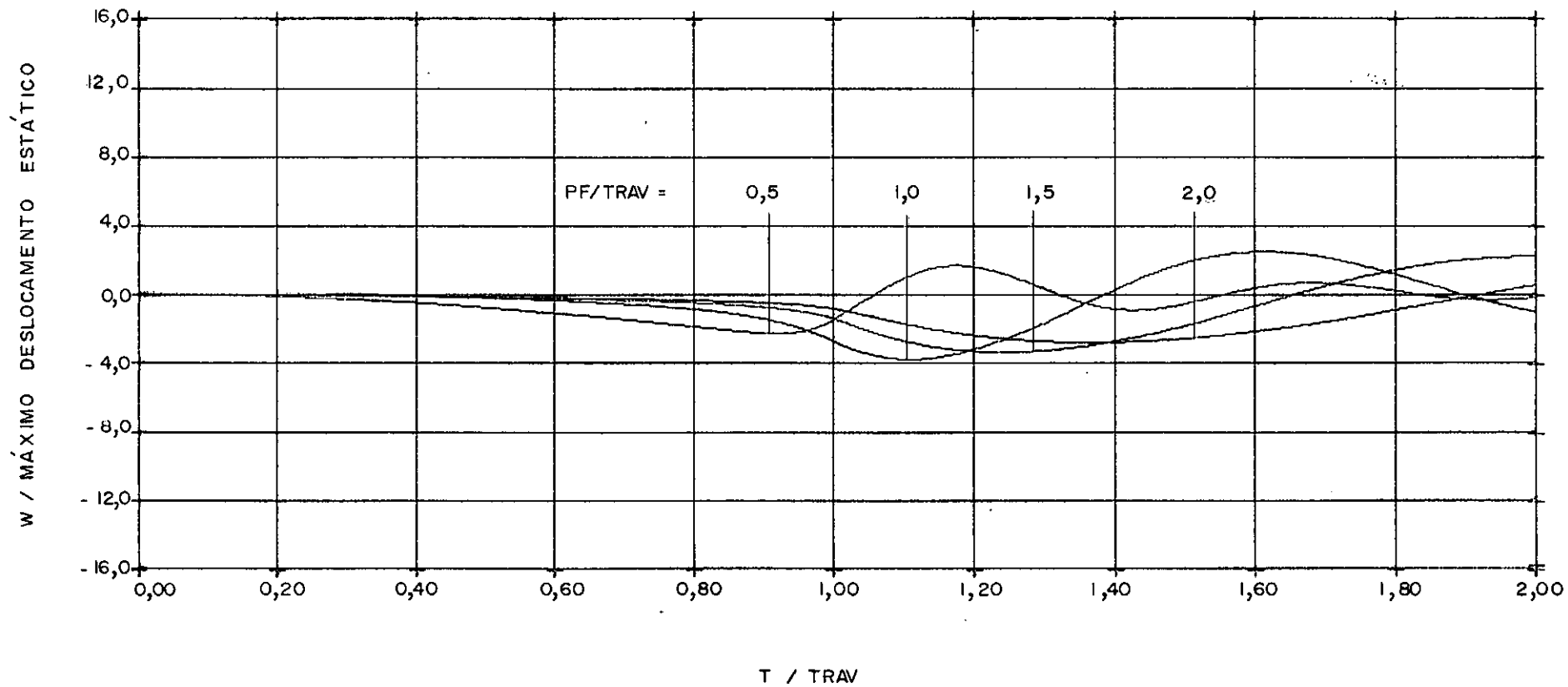


FIGURA 6.10

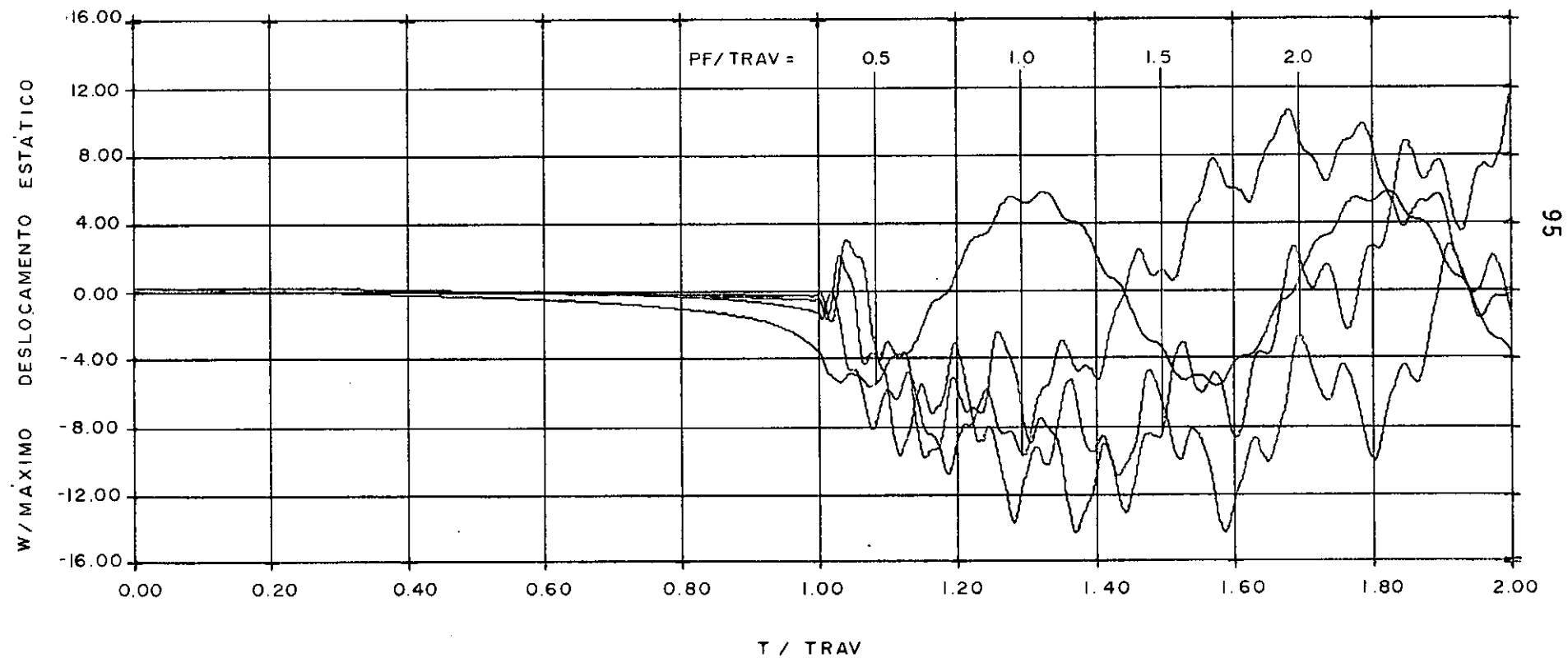


FIGURA 6.11

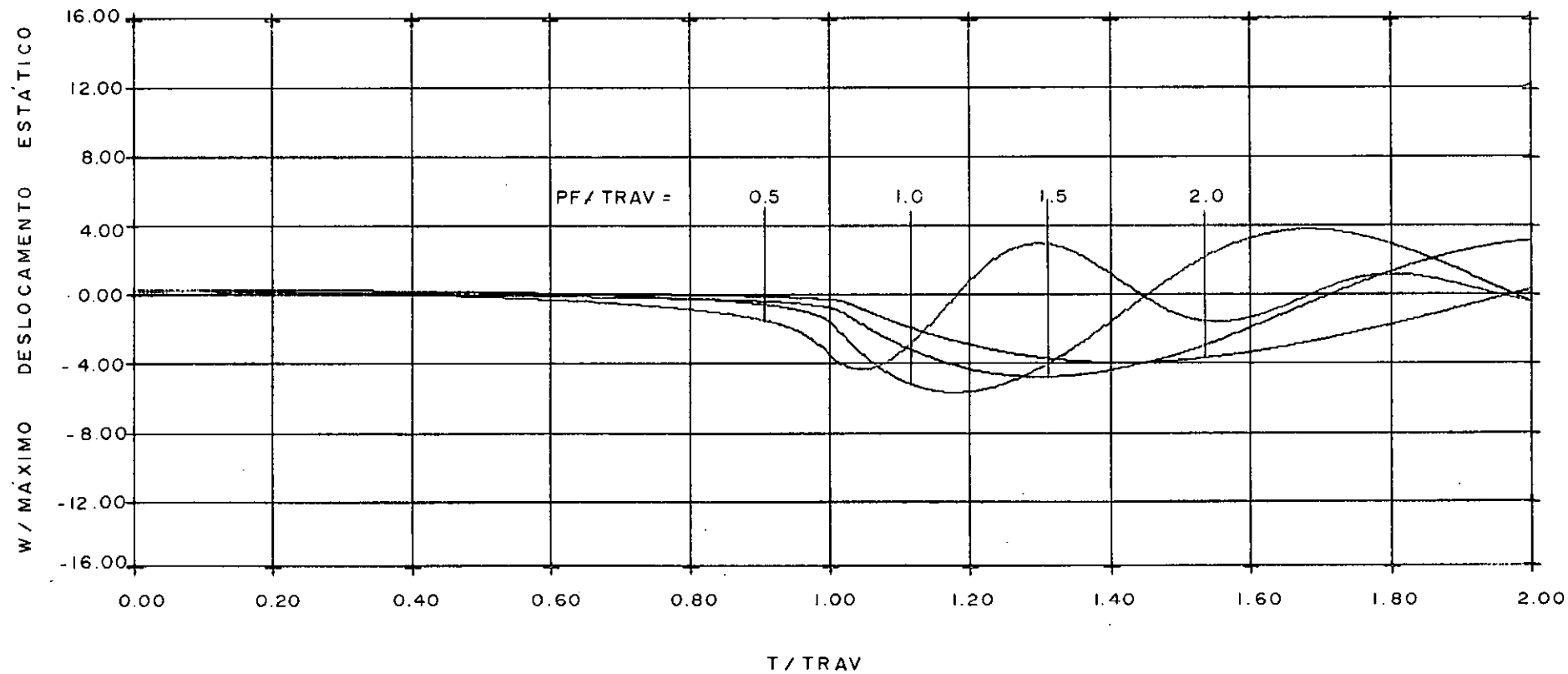


FIGURA 6.12

QUADRO 6.7

DESLOCAMENTO VERTICAL DO PONTO 3			
<div> <div>Massa Carga</div> <div>Massa Viga</div> </div>	PF/TRAV	Massa Móvel	
		Veloc. Const.	Acel. Const.
0,5	2,0	2,092	2,603
	1,5	2,253	2,622
	1,0	2,047	2,375
	0,5	1,418	1,320
1,00	2,0	2,643	3,864
	1,5	2,686	3,877
	1,0	2,493	3,329
	0,5	1,575	1,631
2,00	2,0	3,565	6,040
	1,5	3,668	6,107
	1,0	3,397	5,472
	0,5	1,873	2,580
4,72	2,0	5,062	14,527
	1,5	5,407	13,881
	1,0	5,252	11,017
	0,5	3,117	5,859

6.2.3 - VEÍCULO MASSA-MOLA-AMORTECEDOR-MASSA

Com a finalidade de observar o comportamento da estrutura percorrida por este tipo de veículo idealizado, foram feitas algumas variações entre as características da carga e da viga.

Para todos os exemplos deste item, a massa suspensa do veículo foi suposta contendo 80% do valor total da massa enquanto que o restante foi atribuído à massa em contato com a estrutura. Os veículos partem do repouso e no instante inicial a deflexão da massa suspensa foi considerada nula.

Inicialmente, obteve-se a resposta da estrutura para as mesmas relações entre PF/TRAV, variando a massa da carga sobre a massa da viga, como no Quadro 6.8, usando para $K \text{ MOLA} = 8,52 \text{ t}^*/\text{m}$; $C \text{ AMOR} = 0,6384 \text{ t}^* \text{ s}/\text{m}$

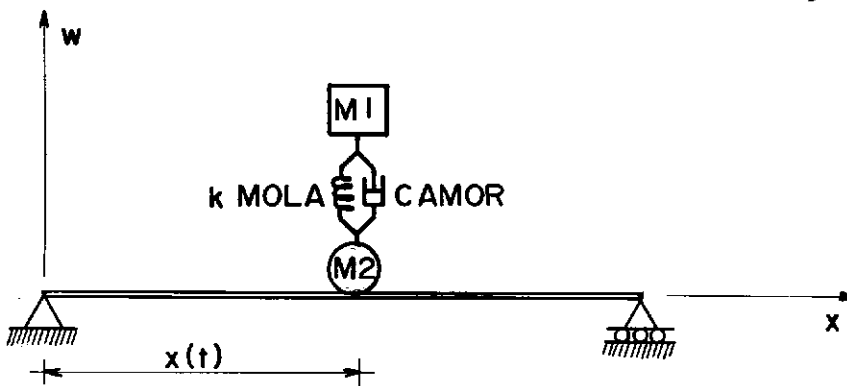


FIGURA 6.13

QUADRO 6.8

<u>Massa Carga</u> Massa Viga	Massa Total da Carga (t* s/m)	Peso da Carga (t*)	Máximo Deslocamento Estático do Ponto 3 (m)
0,50	0,0108	0,1059	0,00012
1,00	0,0216	0,2119	0,00025
2,00	0,0432	0,4238	0,00050
4,72	0,1019	1,0000	0,00119

Em seguida, usando um veículo de $1t^*$ foram determinados os coeficientes de impacto para relações entre a rigidez de mola do veículo e a rigidez da viga, usando os valores constantes do Quadro 6.9.

QUADRO 6.9

$\frac{k \text{ Carga}}{K \text{ Viga}}$	Constante da Mola do Veículo (t^*/m)
1/100	8,52
1/200	4,26
1/400	2,13
1/800	1,06

Por fim, para observar o comportamento da estrutura quanto ao amortecimento no veículo, obteve-se a resposta da viga

para relações entre a constante do amortecedor do veículo e o amortecimento crítico do carregamento. Os valores utilizados constam do Quadro 6.10.

QUADRO 6.10

$\frac{c \text{ Carga}}{c \text{ Crítico}}$	Constante do Amortecedor do Veículo (t*s/m)
1,2	0,7661
1,0	0,6384
0,8	0,5107
0,6	0,3830

Os coeficientes de impacto obtidos para as diversas situações são mostrados nos Quadros 6.11, 6.12 e 6.13.

VEÍCULO COM VELOCIDADE CONSTANTE SEM AMORTECIMENTO

$$M_{\text{carga}} / M_{\text{viga}} = 0,5$$

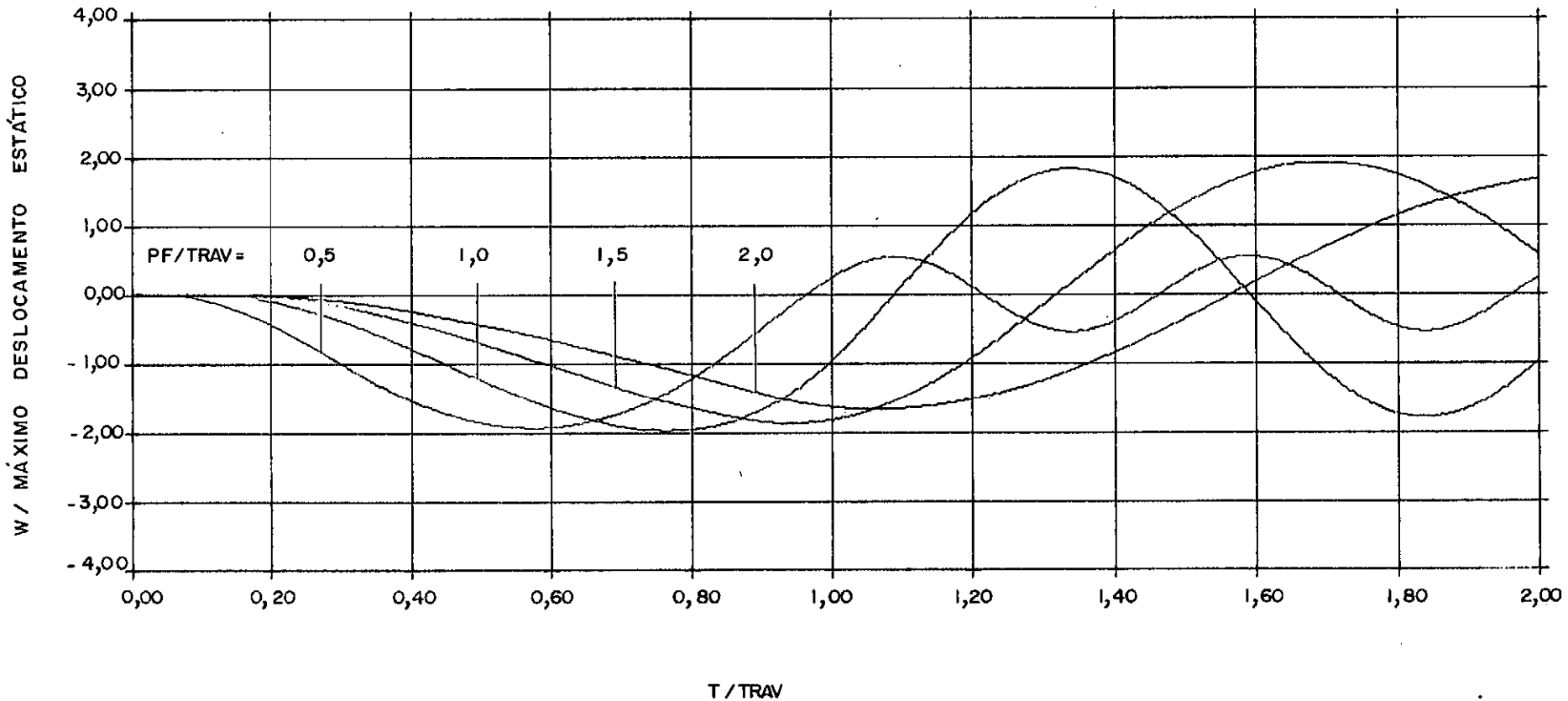


FIGURA 6.14

VEÍCULO COM VELOCIDADE CONSTANTE SEM AMORTECIMENTO

$$M_{\text{carga}} / M_{\text{viga}} = 1,0$$

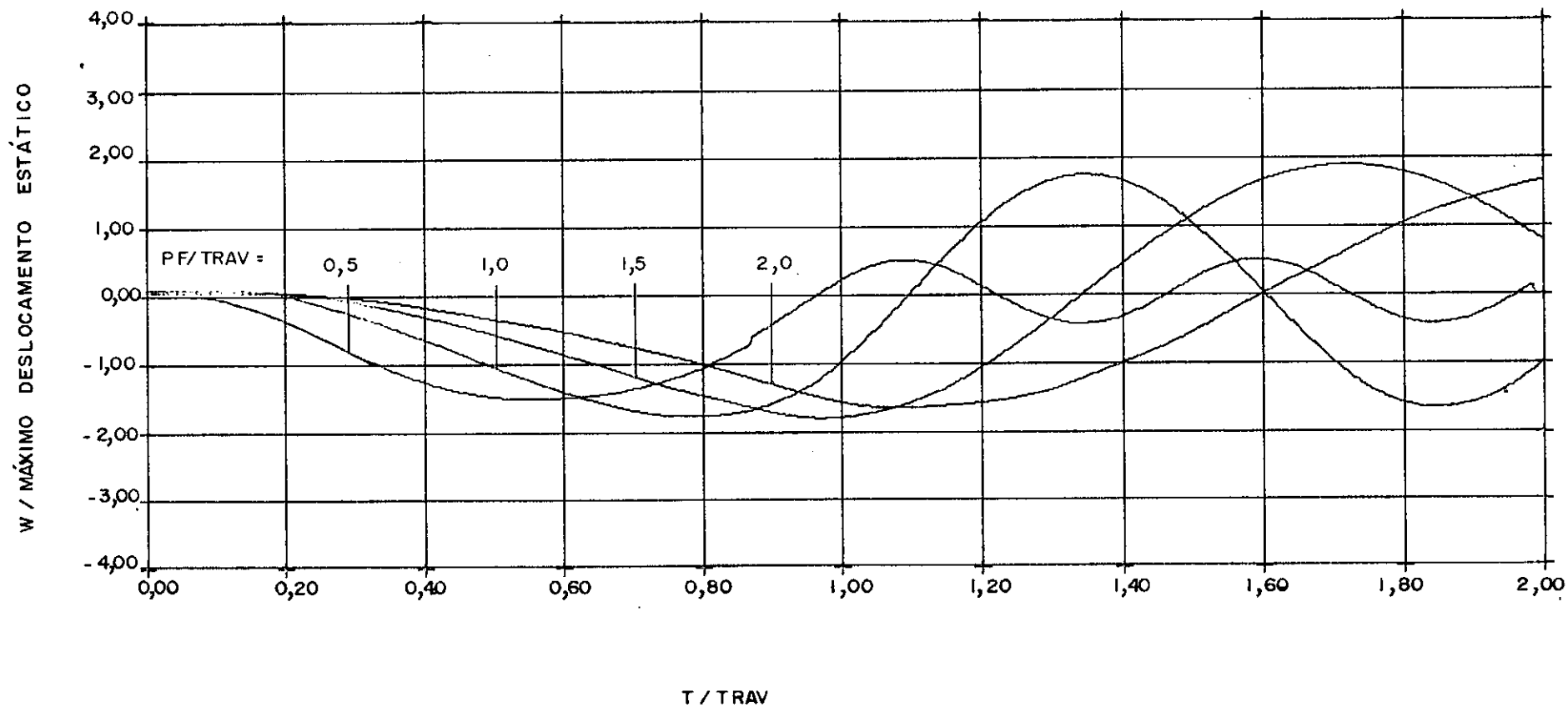


FIGURA 6.15

VEÍCULO COM VELOCIDADE CONSTANTE SEM AMORTECIMENTO

$$M_{\text{carga}} / M_{\text{vi ga}} = 2,0$$

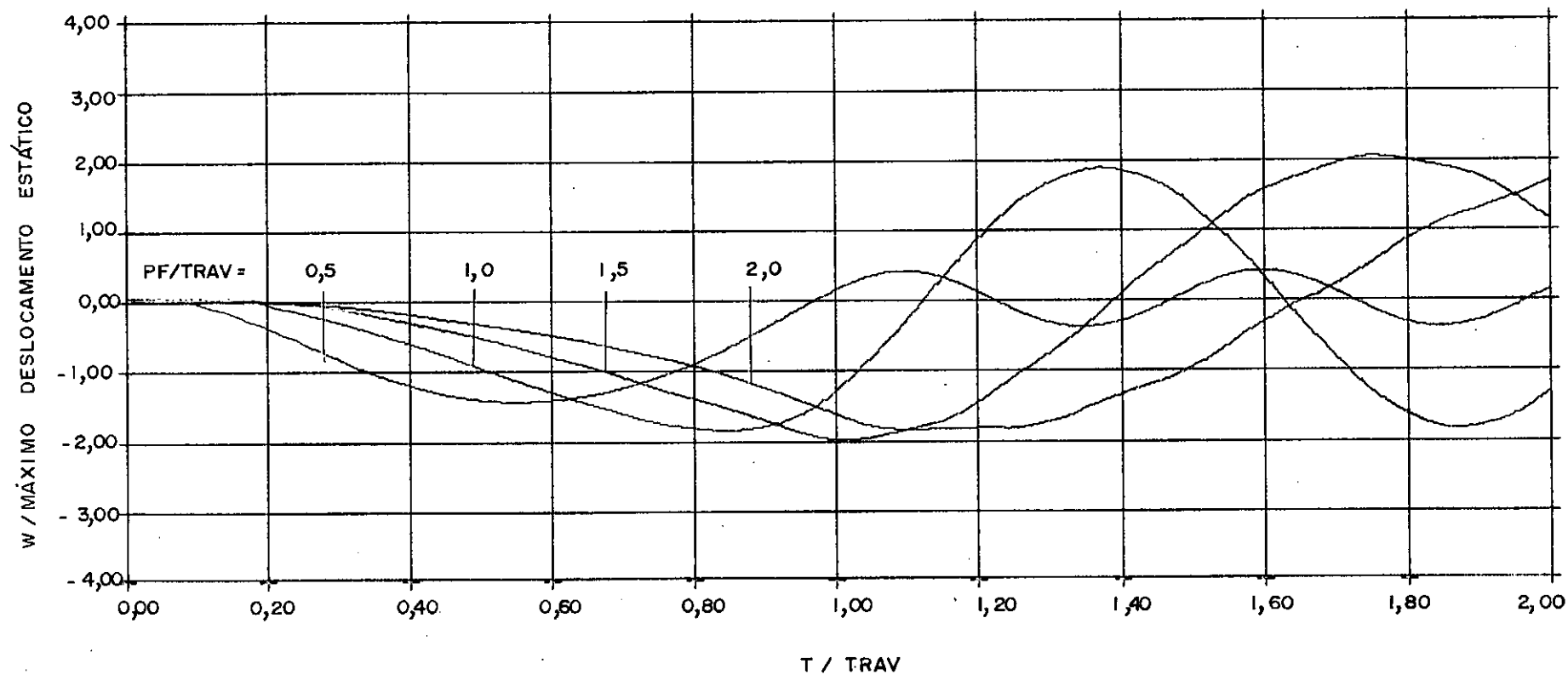


FIGURA 6.16

VEÍCULO COM VELOCIDADE CONSTANTE SEM AMORTECIMENTO

$$M_{\text{carga}} / M_{\text{viga}} = 4,72$$

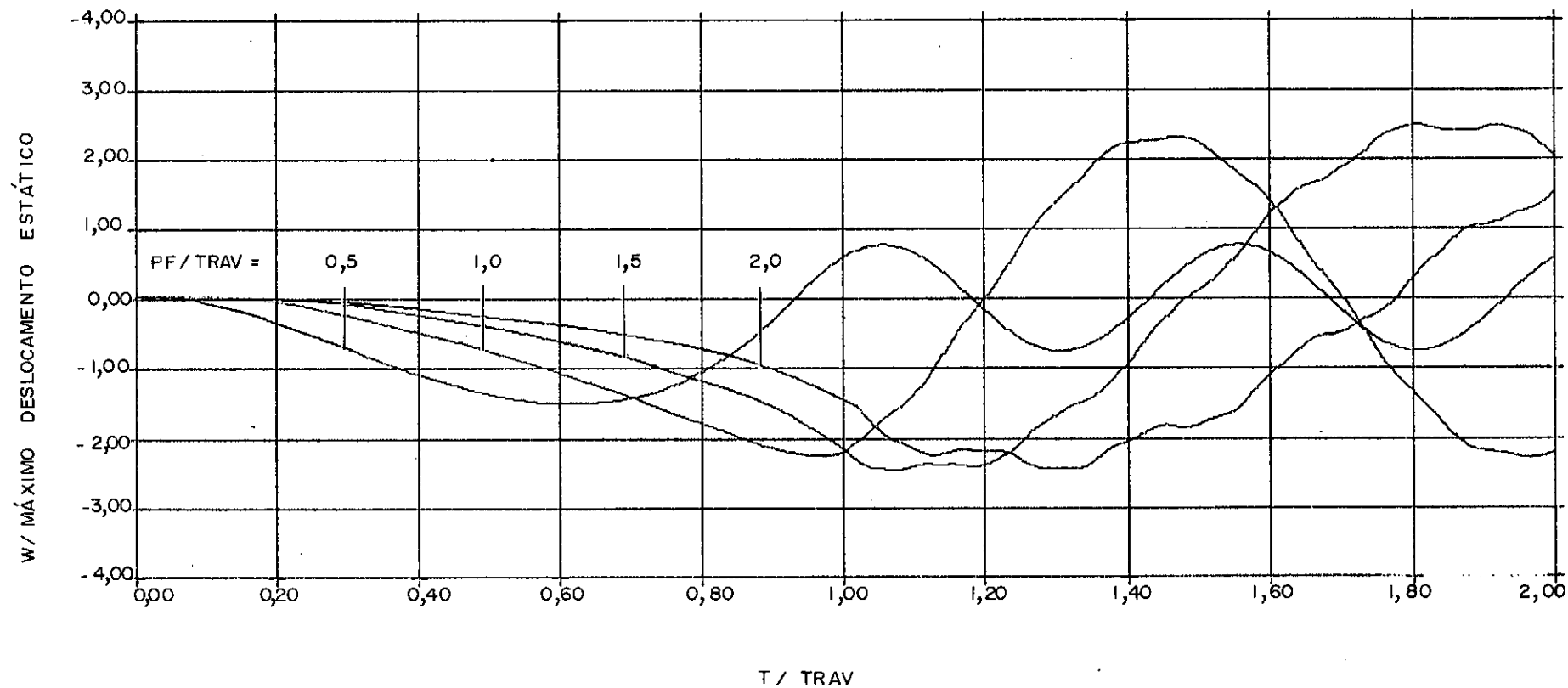


FIGURA 6.17

VEICULO COM ACELERAÇÃO CONSTANTE SEM AMORTECIMENTO

$$M_{\text{carga}} / M_{\text{viga}} = 1,0$$

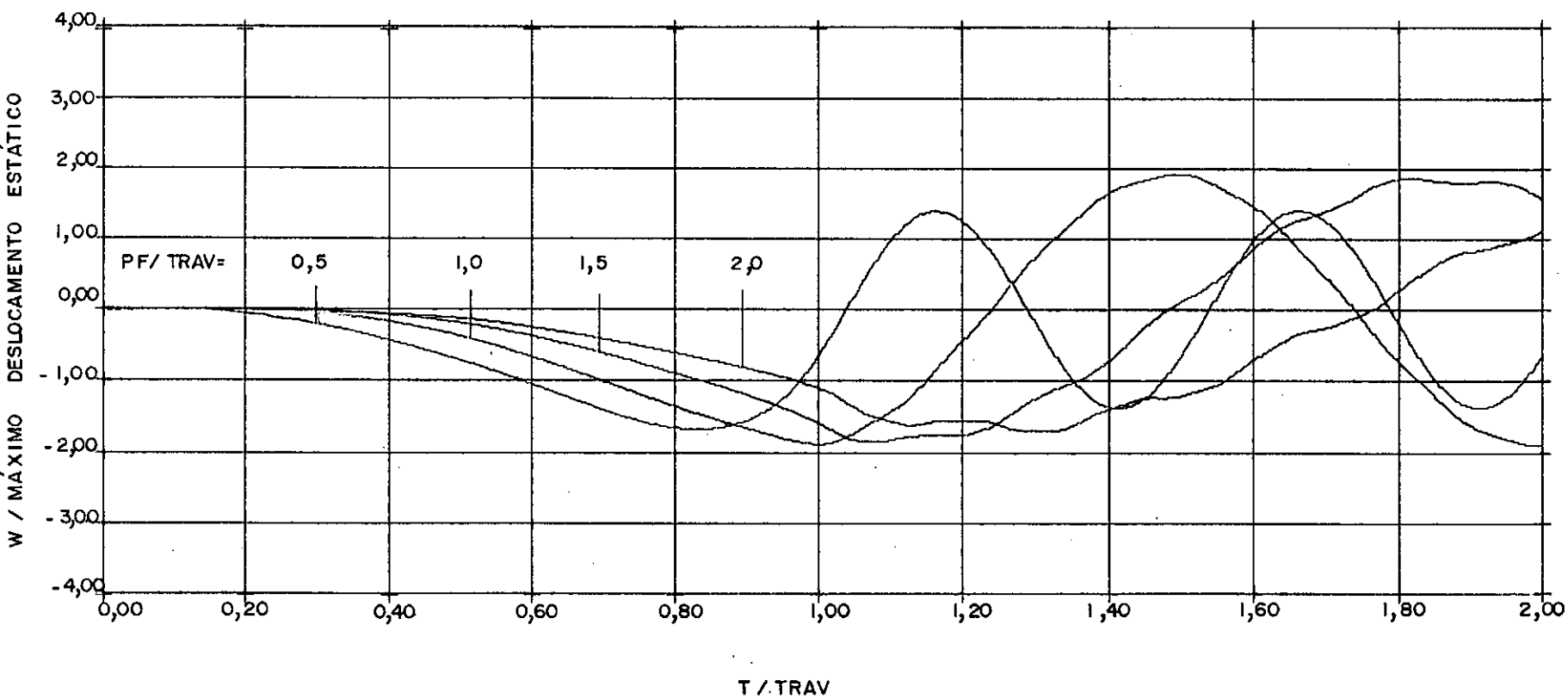


FIGURA 6.18

QUADRO 6.11COEFICIENTES DE IMPACTO

DESLOCAMENTO VERTICAL DO PONTO 3			
<div> <div>Massa Carga</div> <div>Massa Viga</div> </div>	PF/TRAV	Veículo Massa-Mola-Amortecedor-Massa	
		Veloc. Constante	Acel. Constante
0,50	2,0	1,703	1,534
	1,5	1,901	1,804
	1,0	2,007	1,964
	0,5	1,963	2,057
1,00	2,0	1,746	1,725
	1,5	1,894	1,891
	1,0	1,865	1,926
	0,5	1,607	1,695
2,00	2,0	1,908	2,227
	1,5	2,052	2,260
	1,0	1,898	2,169
	0,5	1,480	1,529
4,72	2,0	2,466	3,578
	1,5	2,509	3,580
	1,0	2,325	3,066
	0,5	1,542	1,697

QUADRO 6.12COEFICIENTES DE IMPACTO

DESLOCAMENTO VERTICAL DO PONTO 3			
$\frac{k \text{ Carga}}{K \text{ Viga}}$	PF/TRAV	Veículo Massa-Mola-Amortecedor-Massa	
		Veloc. Constante	Acel. Constante
1/100	2,0	2,466	3,578
	1,5	2,509	3,580
	1,0	2,325	3,066
	0,5	1,542	1,697
1/200	2,0	2,469	3,581
	1,5	2,514	3,585
	1,0	2,333	3,074
	0,5	1,547	1,698
1/400	2,0	2,470	3,582
	1,5	2,516	3,588
	1,0	2,337	3,078
	0,5	1,549	1,699
1/800	2,0	2,471	3,583
	1,5	2,517	3,589
	1,0	2,339	3,080
	0,5	1,551	1,699

QUADRO 6.13COEFICIENTES DE IMPACTO

DESLOCAMENTO VERTICAL DO PONTO 3			
$\frac{c \text{ Carga}}{c \text{ Crítico}}$	PF/TRAV	Veículo Massa-Mola-Amortecedor-Massa	
		Veloc. Constante	Acel. Constante
1,2	2,0	2,446	3,550
	1,5	2,488	3,551
	1,0	2,312	3,048
	0,5	1,544	1,720
1,0	2,0	2,466	3,578
	1,5	2,509	3,580
	1,0	2,325	3,066
	0,5	1,542	1,697
0,8	2,0	2,486	3,606
	1,5	2,531	3,611
	1,0	2,339	3,085
	0,5	1,541	1,672
0,6	2,0	2,507	3,634
	1,5	2,554	3,642
	1,0	2,355	3,106
	0,5	1,541	1,648

6.3 - PÔRTICO SIMPLES

O pòrtico simples da Figura 6.19, foi utilizado como exemplo comparativo para testar o programa *Pòrtico*. Suas características geométricas e propriedades elásticas aparecem a seguir.

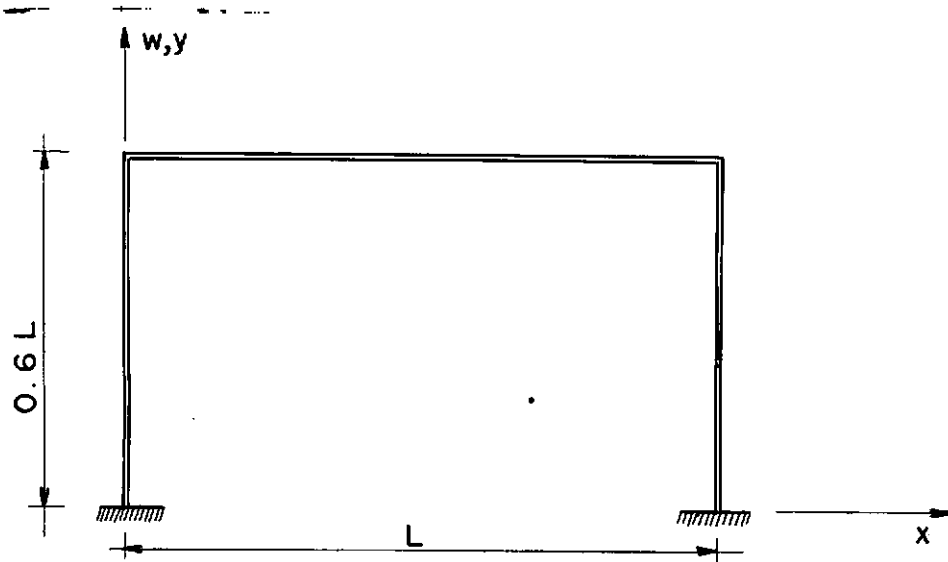


FIGURA 6.19

$$L = 3,00\text{m}$$

$$A_x = 0,03\text{m}^2$$

$$I_z = 0,000225\text{m}^4$$

$$E = 2,100000 \text{ t}^*/\text{m}^2$$

$$\mu = 0,24 \text{ t}^* \text{ s}^2/\text{m}^4$$

As velocidades e acelerações para as relações PF/TRAV correspondentes aos tempos de travessia estão nos Quadros 6.14 e 6.15 para o deslocamento vertical e horizontal, respectivamente.

QUADRO 6.14

PF/TRAV	TRAV ($\times 10^{-3}$ seg)	Velocidade (m/s)	Aceleração (m/s^2)
2,0	7,157	419,170	117135,683
1,5	9,543	314,366	65884,219
1,0	14,314	209,580	29283,921
0,5	28,629	104,789	7320,469

QUADRO 6.15

PF/TRAV	TRAV ($\times 10^{-3}$ seg)	Velocidade (m/s)	Aceleração (m/s^2)
2,0	15,756	190,40	24169,03
1,5	21,008	142,80	13595,08
1,0	31,513	95,20	6041,88
0,5	63,025	47,60	1510,52

O pórtico foi discretizado em seis elementos (Figura 6.20) para os diversos casos de carregamento.

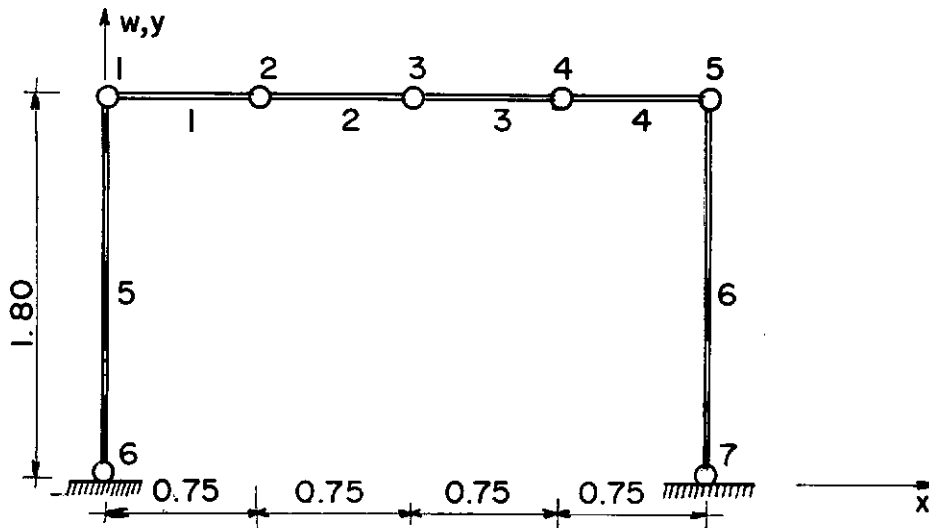


FIGURA 6.20

Embora a consideração do amortecimento estrutural se ja opcional no programa, este não foi levado em conta no cálculo das respostas, para o exemplo em questão.

6.3.1 - CARGA MÔVEL

O mesmo carregamento utilizado para a viga bi-apoiada, uma carga de $1t^*$, foi aplicado no pòrtico para a obtenção dos coeficientes de impacto.

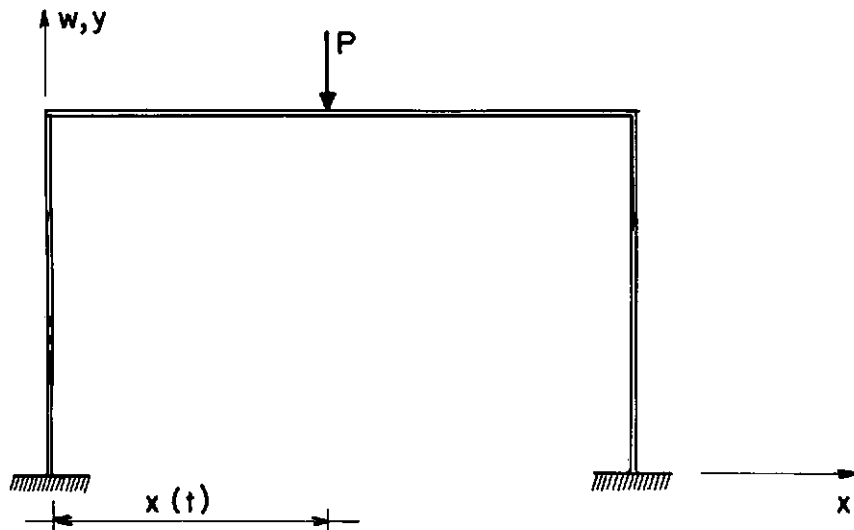


FIGURA 6.21

Agora, o deslocamento vertical do ponto 3 e o deslocamento horizontal do ponto 1 foram os escolhidos para a determinação dos coeficientes de impacto que aparecem nos Quadros 6.16 e 6.17.

$$P = 1t^*$$

$$\text{Máximo deslocamento estático do ponto 3} = 0,52067 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{Máximo deslocamento estático do ponto 1} = 0,10540 \times 10^{-3} \text{ m.}$$

CARGA MÓVEL COM VELOCIDADE CONSTANTE SEM AMORTECIMENTO

DESLOCAMENTO VERTICAL NO PONTO 3

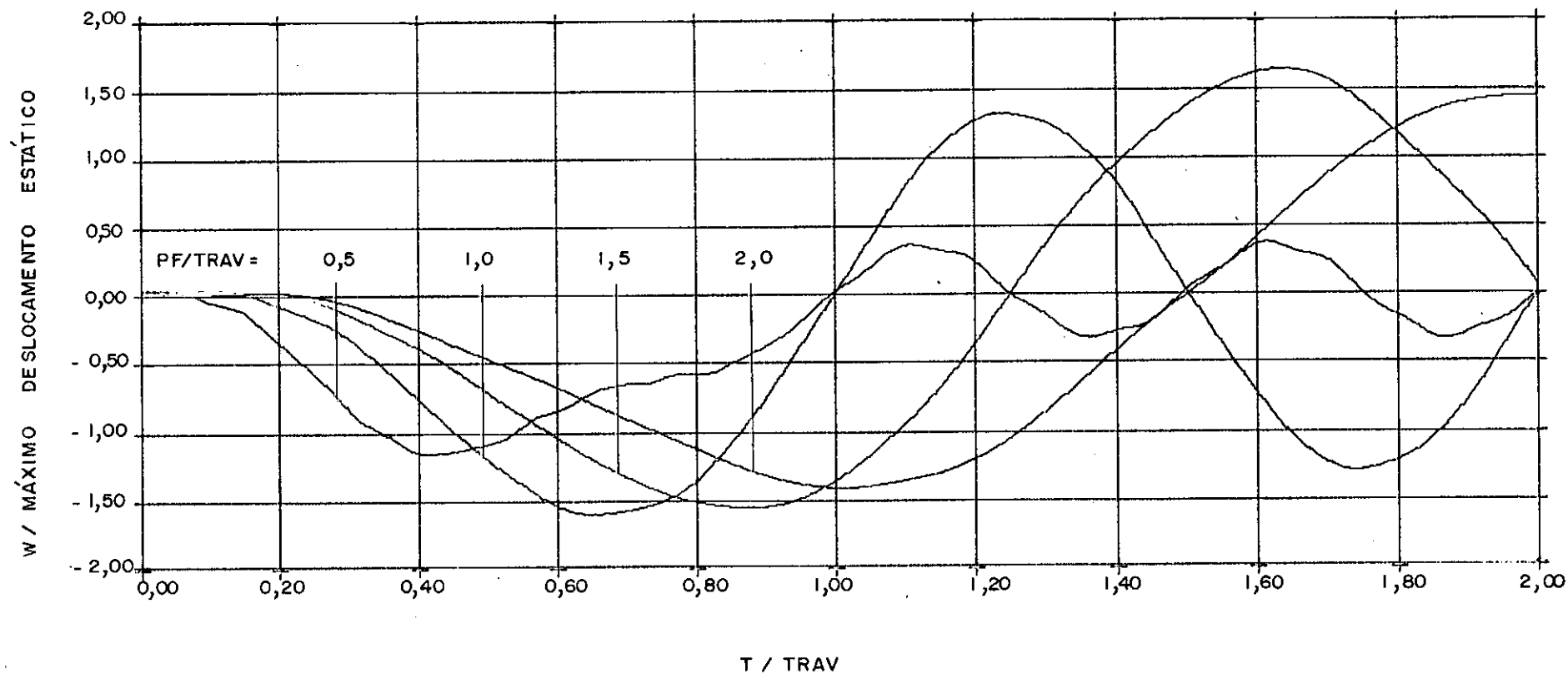


FIGURA 6.22

CARGA MÓVEL COM VELOCIDADE CONSTANTE SEM AMORTECIMENTO

DESLOCAMENTO HORIZONTAL NO PONTO I

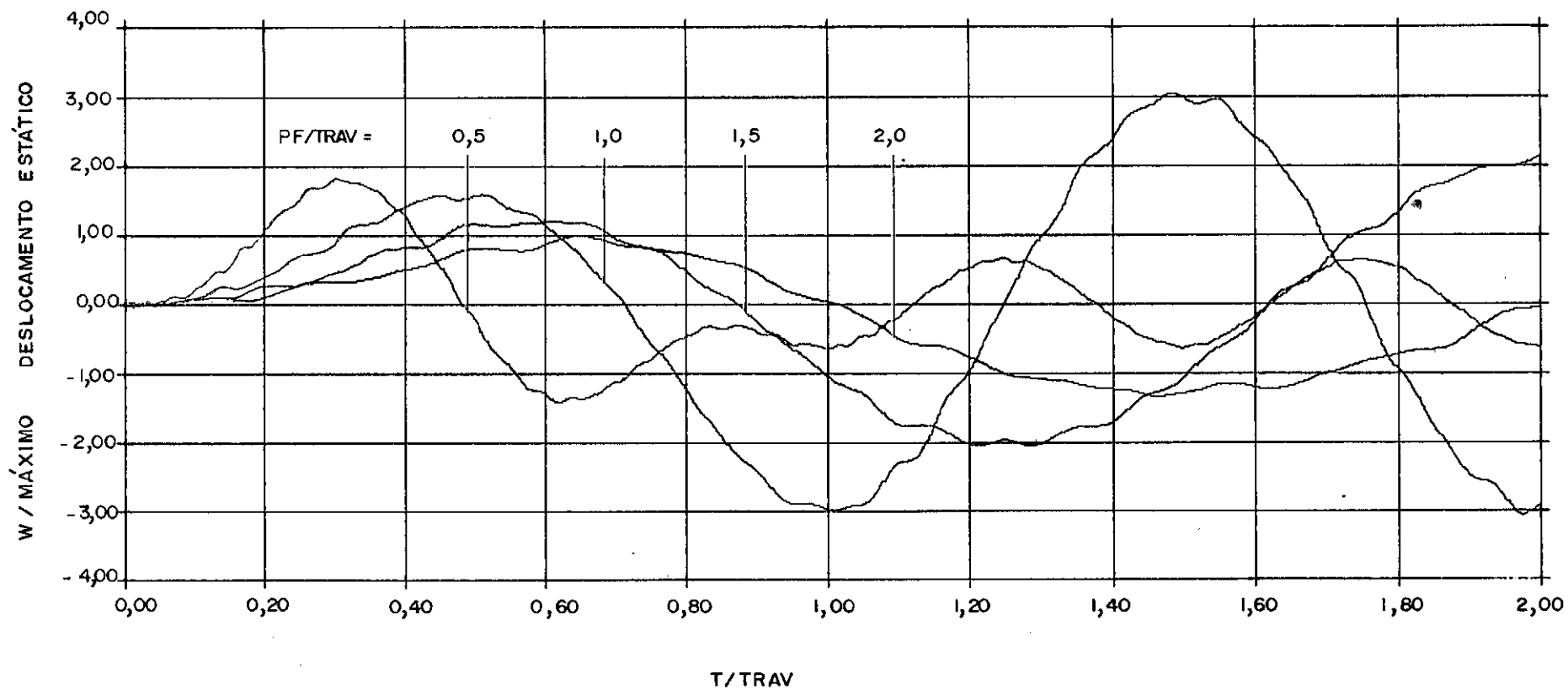


FIGURA 6.23

QUADRO 6.16

COEFICIENTES DE IMPACTO

DESLOCAMENTO VERTICAL DO PONTO 3				
PF/TRAV	CARGA MÔVEL			
	Velocidade Constante			Aceleração Constante
	Venâncio	M. Jung	Falabella	Falabella
2,0	1,44	1,51	1,460	1,260
1,5	-	1,74	1,639	1,418
1,0	1,61	1,71	1,643	1,449
0,5	1,17	1,22	1,206	1,206

Intervalo de Integração = TRAV/400

QUADRO 6.17

COEFICIENTES DE IMPACTO

DESLOCAMENTO HORIZONTAL DO PONTO 1				
PF/TRAV	CARGA MÓVEL			
	Velocidade Constante			Aceleração Constante
	Venâncio	M. Jung	Falabella	Falabella
2,0	1,30	1,14	1,367	1,057
1,5	2,00	1,69	2,132	1,628
1,0	2,99	3,00	3,098	2,663
0,5	1,72	1,86	1,820	1,525

Intervalo de Integração = TRAV/400

6.3.2 - MASSA MÓVEL

Usando o mesmo carregamento de $1t^*$, porém, considerando o efeito da massa do carregamento, foram calculados os coeficientes de impacto para o deslocamento vertical do Ponto 3 do pórtico simples.

Os coeficientes de impacto aparecem no Quadro 6.18 para as diversas relações PF/TRAV.

$$P = 1t^*$$

$$\text{Máximo deslocamento estático do ponto 3} = 0,52067 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\text{Massa da carga} = 0,10193 \text{ t}^* \text{ s}^2/\text{m}$$

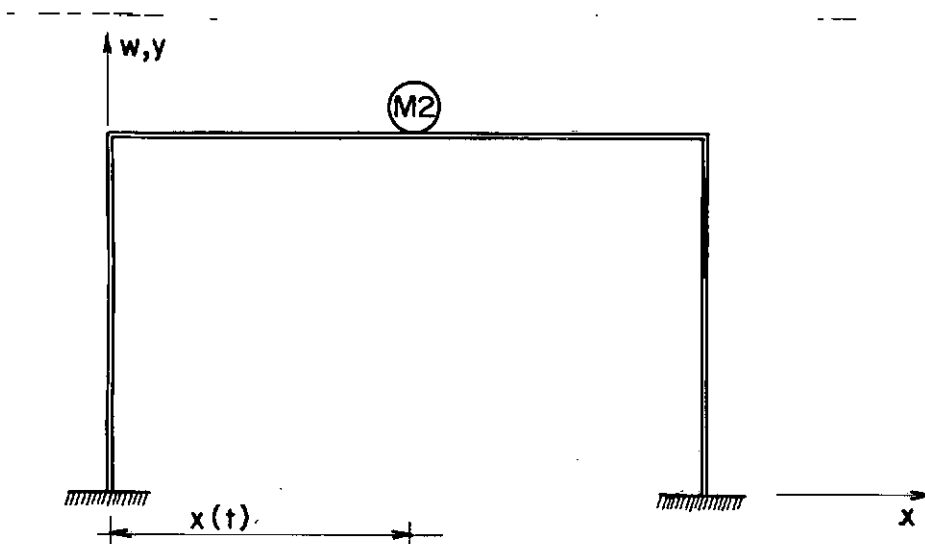


FIGURA 6.24

MASSA MÓVEL COM VELOCIDADE CONSTANTE SEM AMORTECIMENTO

DESLOCAMENTO VERTICAL NO PONTO 3

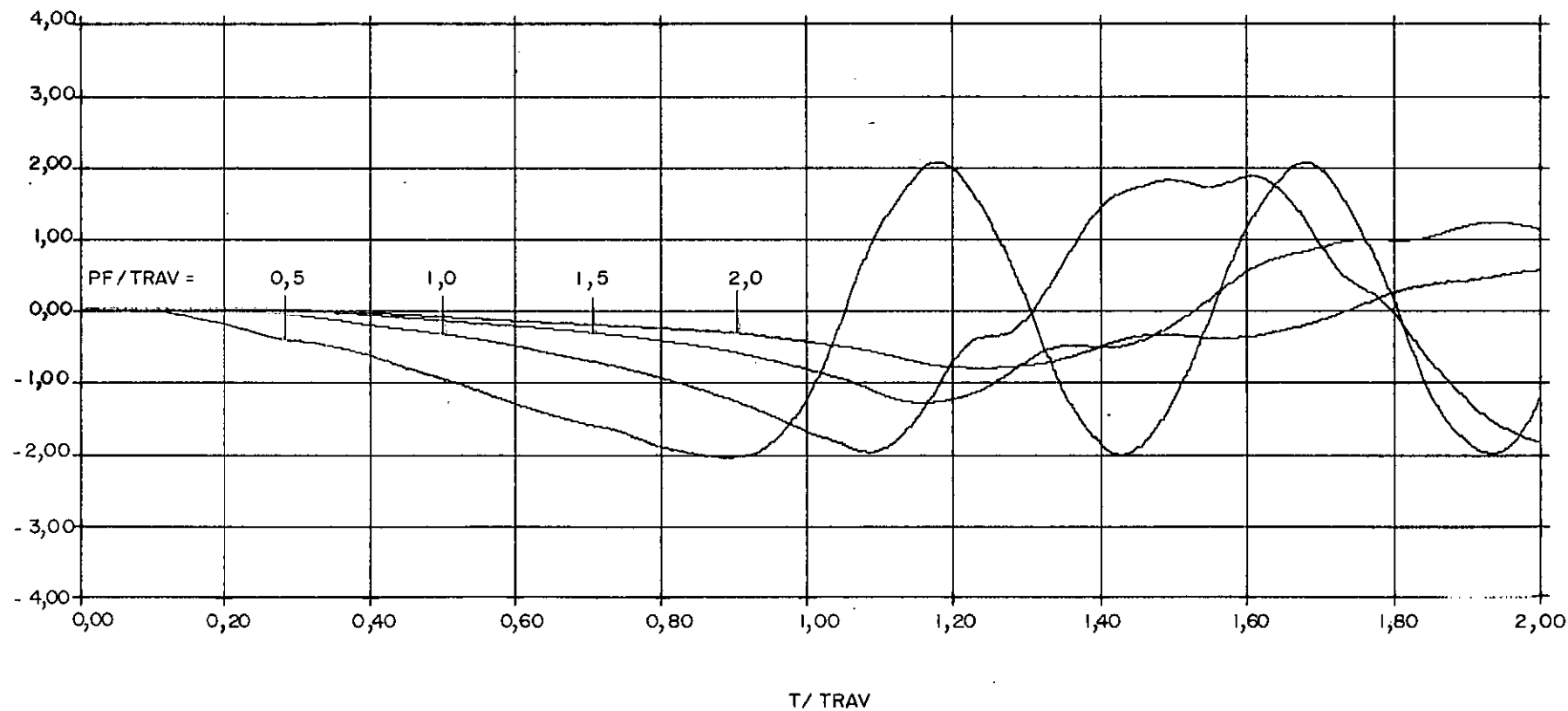


FIGURA 6.25

QUADRO 6.18COEFICIENTES DE IMPACTO

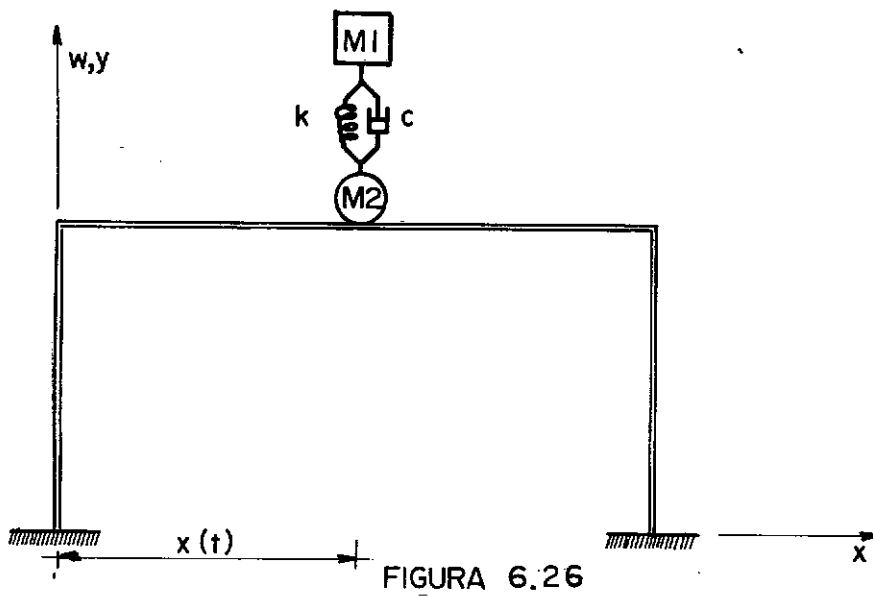
DESLOCAMENTO VERTICAL DO PONTO 3		
PF/TRAV	MASSA MÓVEL	
	Velocidade Constante	Aceleração Constante
2,0	0,832	1,083
1,5	1,319	1,357
1,0	2,014	1,721
0,5	2,081	2,655

Intervalo de Integração = TRAV/400

6.3.3 - VEÍCULO MASSA-MOLA-AMORTECEDOR-MASSA

Considerando o mesmo veículo utilizado para a análise da viga, foram obtidas as respostas dinâmicas para o carregamento percorrendo a estrutura com velocidade e aceleração constantes, através do deslocamento vertical do Ponto 3.

Os resultados estão no Quadro 6.19.



$$P = 1 t^*$$

$$M_1 = 0,8152 E - 01 t^* s^2/m$$

$$M_2 = 0,20380 E - 01 t^* s^2/m$$

$$K \text{ Mola} = 8,52 t^*/m$$

$$C \text{ Amortecedor} = 0,6384 t^* s/m$$

VEÍCULO COM VELOCIDADE CONSTANTE SEM AMORTECIMENTO

DESLOCAMENTO VERTICAL DO PONTO 3

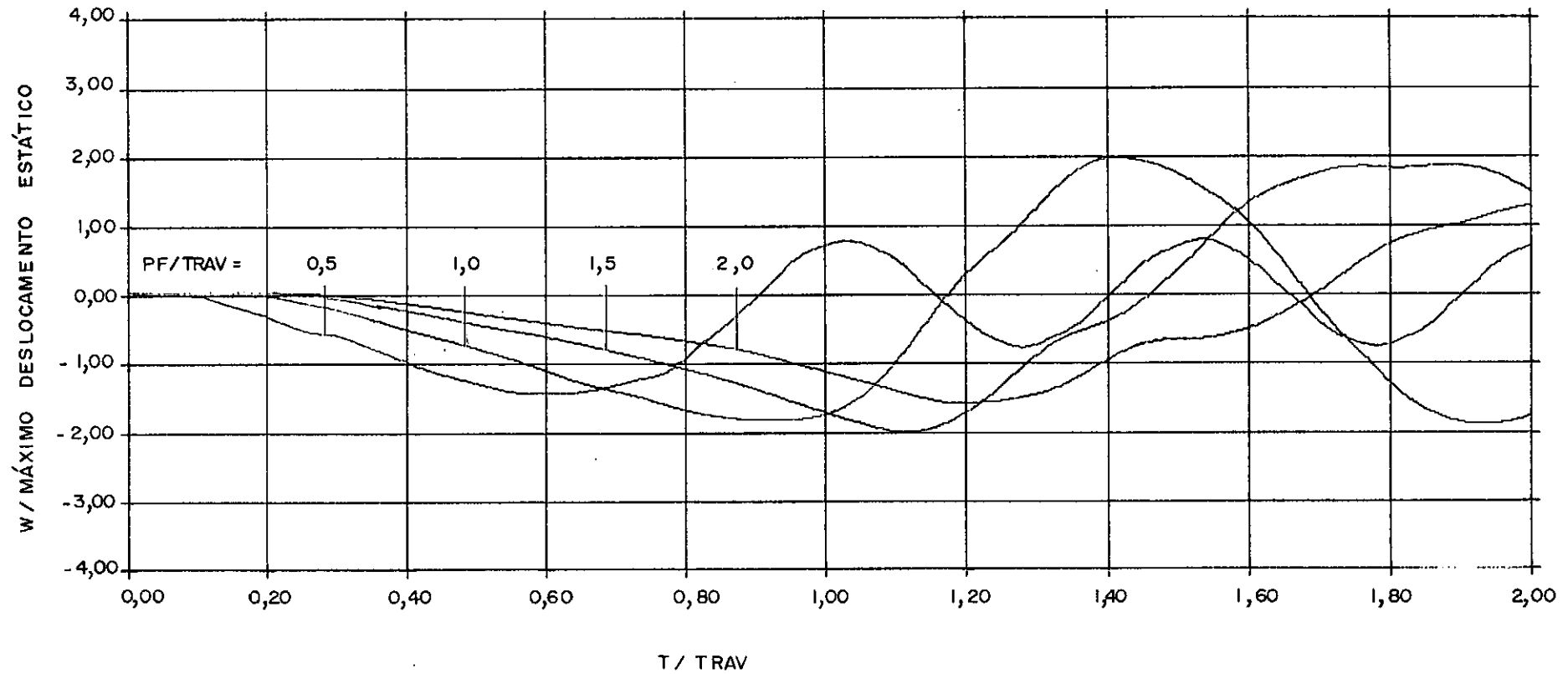


FIGURA 6.27

QUADRO 6.19COEFICIENTES DE IMPACTO

DESLOCAMENTO VERTICAL DO PONTO 3		
PF/TRAV	Veículo Massa-Mola-Amortecedor-Massa	
	Velocidade Constante	Aceleração Constante
2,0	1,628	1,705
1,5	2,050	1,899
1,0	1,987	2,100
0,5	1,473	1,477

Intervalo de Integração = TRAV/400

6.4 - COMENTÁRIOS

As respostas encontradas através da utilização dos programas elaborados, foram comparadas com alguns resultados e existentes na teoria corrente e para os casos mais simples de carregamento, carga móvel e massa móvel, estes puderam ser confirmados.

O comportamento da estrutura em presença do terceiro tipo de excitação, o veículo de duas massas, foi observado através da variação dos parâmetros da carga em relação aos da estrutura, devido à falta de exemplos resolvidos na literatura.

Pudemos concluir que a estrutura é pouco sensível à variação dos coeficientes relativos à mola e ao amortecedor do veículo (embora sua consideração seja indispensável), enquanto que uma variação na massa do carregamento afeta consideravelmente a resposta da estrutura.

No quadro seguinte, mostramos os máximos coeficientes de impacto calculados para a mesma solicitação, um veículo de $1t^*$, confrontando as três hipóteses de análise do carregamento percorrendo a viga bi-apoiada.

QUADRO 6.20

COEFICIENTES DE IMPACTO

PF/TRAV	CARGA MÓVEL		MASSA MÓVEL		VEÍCULO	
	V. Const.	A. Const.	V. Const.	A. Const.	V. Const.	A. Const.
2,0	1,547	1,305	5,062	14,527	2,466	3,578
1,5	1,703	1,520	5,407	13,881	2,509	3,580
1,0	1,707	1,532	5,252	11,017	2,325	3,066
0,5	1,258	1,096	3,117	5,859	1,542	1,697

Notamos que a consideração da massa do carregamento, principalmente quando esta é significativa em presença da massa da estrutura, altera totalmente o comportamento do reticulado, havendo um acréscimo nos coeficientes de impacto, embora este aumento não obedeça a uma lei fixa.

Para todos os exemplos solvidos, o intervalo de integração adotado foi o de $1/400$ do tempo de travessia, o que fornece resultados exatos para o caso da carga móvel, o mesmo não se dando com os tipos de excitação mais complexos, onde o intervalo deveria ser refinado até que as respostas permanecessem constantes. Como a finalidade do trabalho é apenas a de analisar o procedimento da estrutura frente aos modelos de carga, manteve-se um intervalo constante para todas as aplicações, evitando-se assim um maior gasto de tempo computacional.

Para uma comparação no caso do pórtico simples, usamos o Quadro 6.21, onde aparecem os coeficientes de impacto para a mesma carga de $1t^*$, com as mesmas considerações feitas anteriormente para o caso da viga.

QUADRO 6.21

COEFICIENTES DE IMPACTO

PF/TRAV	CARGA MÔVEL		MASSA MÔVEL		VEÍCULO	
	V. Const.	A. Const.	V. Const.	A. Const.	V. Const.	A. Const.
2,0	1,460	1,260	0,832	1,083	1,628	1,705
1,5	1,639	1,418	1,319	1,357	2,050	1,899
1,0	1,643	1,449	2,014	1,721	1,987	2,100
0,5	1,206	1,206	2,081	2,655	1,473	1,477

CAPÍTULO VII

PROGRAMAÇÃO AUTOMÁTICA

7.1 - INTRODUÇÃO

Com base na teoria exposta nos capítulos anteriores, foram desenvolvidos dois programas automáticos para o cálculo da resposta dinâmica de vigas e pórticos planos respectivamente, submetidos à excitação pelos veículos idealizados no trabalho. Os programas foram organizados em FORTRAN IV-G e executados nos computadores IBM/360-40 e BURROUGHS B-6700.

No presente capítulo é apresentada uma descrição dos programas utilizados e suas subrotinas, bem como um manual de uso de ambos.

Devido ao fato dos programas elaborados possuírem vários pontos comuns, apenas as partes essencialmente diferentes serão discutidas em separado.

7.2 - PROGRAMAS E SUB-ROTINAS

7.2.1 - PROGRAMA VIGA

Este programa calcula a resposta dinâmica de vigas contínuas submetidas à cargas móveis dotadas de grande massa e de um veículo idealizado composto de duas massas ligadas por uma mola e um amortecedor. O carregamento é suposto sempre, percorrendo a estrutura da esquerda para a direita.

A formulação do problema não permitindo a utilização das matrizes como banda, diminuiu sensivelmente a capacidade do programa. Porém, com o advento dos computadores de nova geração, dotados de grande velocidade de processamento e capacidade de memória praticamente ilimitada, isto não se fez sentir.

*Sub-rotina RIGIE

Esta sub-rotina gera a matriz de rigidez do elemento de viga.

*Sub-rotina MASSA

A função desta sub-rotina é formar a matriz de massa consistente de um elemento de viga.

* Sub-rotina IMPMAT

Sub-rotina que imprime matrizes por linhas com 8 elementos de cada vez. Antes de cada impressão aparece o índice da linha e o da coluna do primeiro elemento a ser imprimido.

* Sub-rotina MACD2

Esta sub-rotina soma as contribuições das matrizes de rigidez, amortecimento e de massa da estrutura, para a formulação da matriz dos coeficientes das acelerações.

* Sub-rotina MÔVEL

Sub-rotina que forma as matrizes associadas à massa do carregamento \underline{M}^* , \underline{C}^* e \underline{K}^* que serão colocadas na matriz dos coeficientes das acelerações.

* Sub-rotina CMASS

O propósito desta sub-rotina é colocar as matrizes formadas pela sub-rotina MOVEL na matriz dos coeficientes das acelerações.

* Sub-rotina AÇÃO

Esta sub-rotina calcula as ações nodais equivalentes para o caso da carga móvel sem massa, atuando no elemento de viga.

* Sub-rotina CVANE

A função desta é computar os termos associados com as velocidades e os deslocamentos nodais, que serão colocados no vetor das ações nodais equivalentes.

* Sub-rotina RESOL

Esta sub-rotina resolve o sistema de equações da equação (5.13) para cada intervalo de tempo considerado.

7.2.2 - PROGRAMA PÓRTICO

Este programa calcula a resposta dinâmica de pórticos planos sujeito às cargas móveis idealizadas no presente trabalho.

Como no programa VIGA, o carregamento sempre percorre a estrutura da esquerda para a direita e sã o efeito de cargas verticais é levado em conta.

As sub-rotinas que constam deste programa são as seguintes:

*Sub-rotina RIGIP

Esta sub-rotina gera a matriz de rigidez do elemento de pórtico e a multiplica pela matriz de rotação para obter a matriz nos eixos da estrutura.

*Sub-rotina MASSAP

Sub-rotina que forma a matriz de massa do elemento de pórtico e a multiplica pela matriz de rotação para obtenção da matriz de massa consistente de um elemento referida aos eixos globais.

*Sub-rotina IMPMAT

Jã descrita anteriormente.

* Sub-rotina MACD2P

Idêntica a MACD2.

* Sub-rotina MOVEP

Sub-rotina formadora das matrizes associadas a massa do carregamento \underline{M}^* , \underline{C}^* e \underline{K}^* , para os elementos de pórtico, que serão levadas na matriz dos coeficientes das acelerações.

* Sub-rotina CMASP

Esta sub-rotina coloca as matrizes calculadas pela sub-rotina MOVEP na matriz dos coeficientes das acelerações.

* Sub-rotina FORCA

Calcula ações nodais equivalentes para os elementos de pórtico, para o caso da carga sem massa.

*Sub-rotina CONTR

Esta sub-rotina computa os termos associados com as velocidades e acelerações nodais que serão levados no vetor das ações nodais equivalentes.

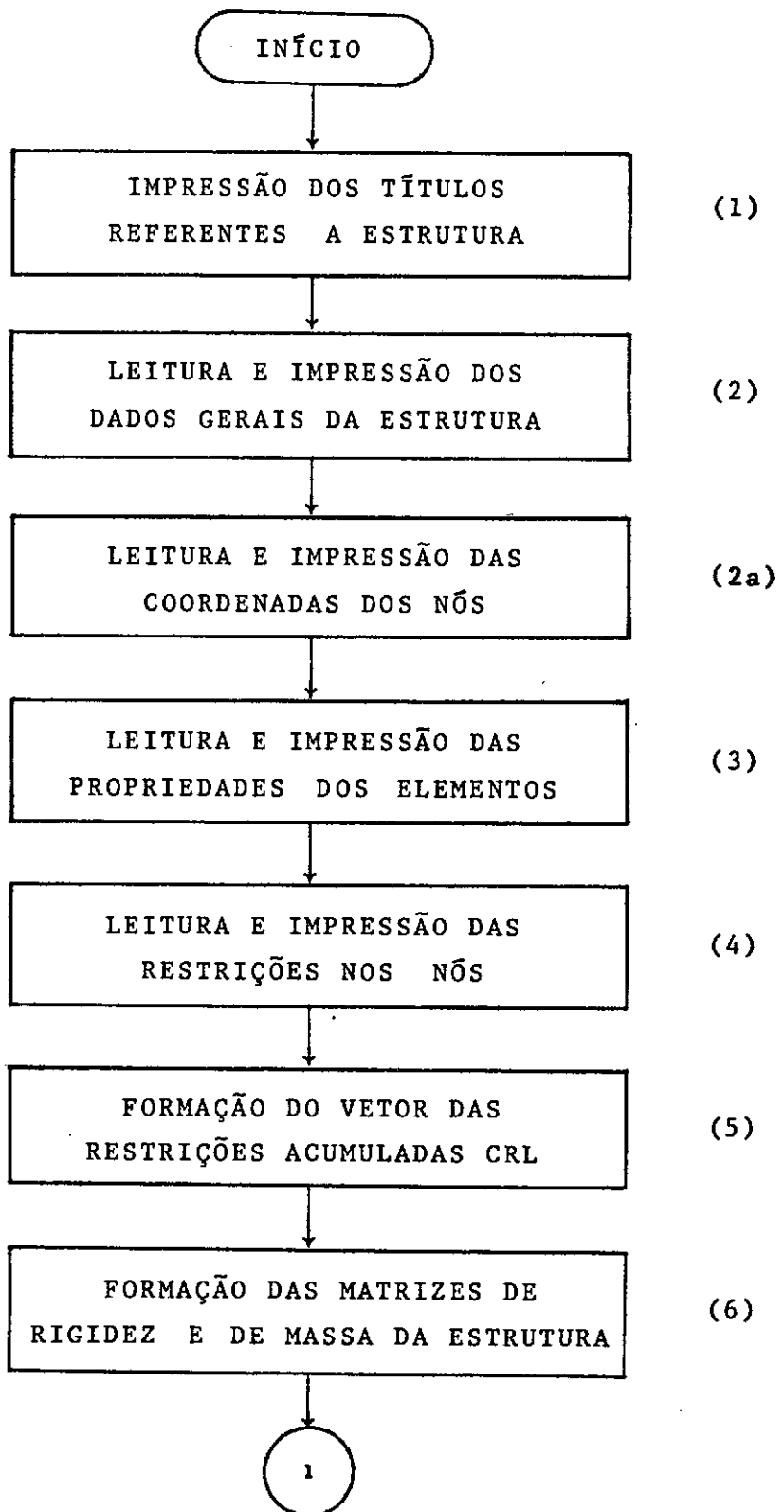
*Sub-rotina RESOL

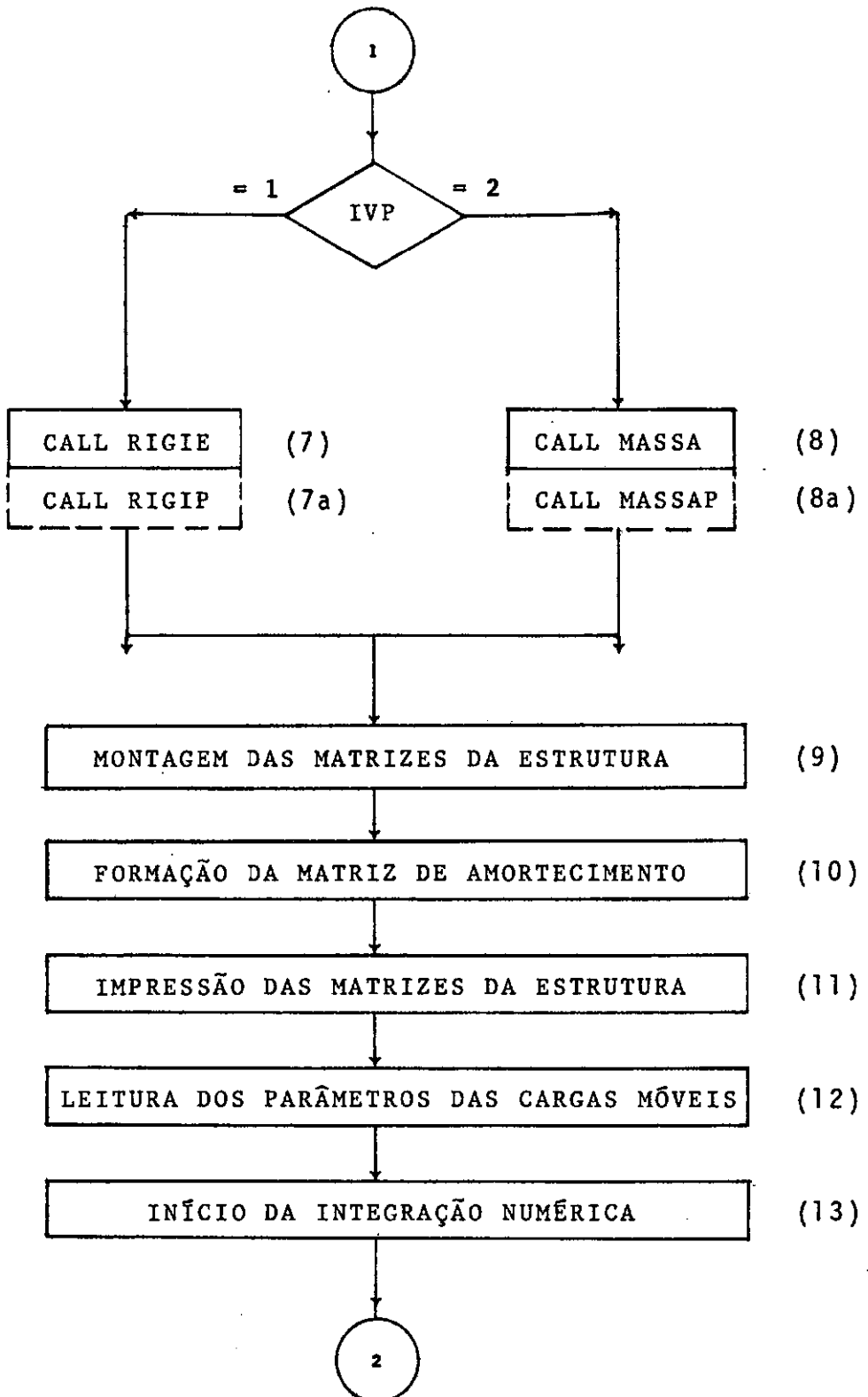
Já descrita anteriormente.

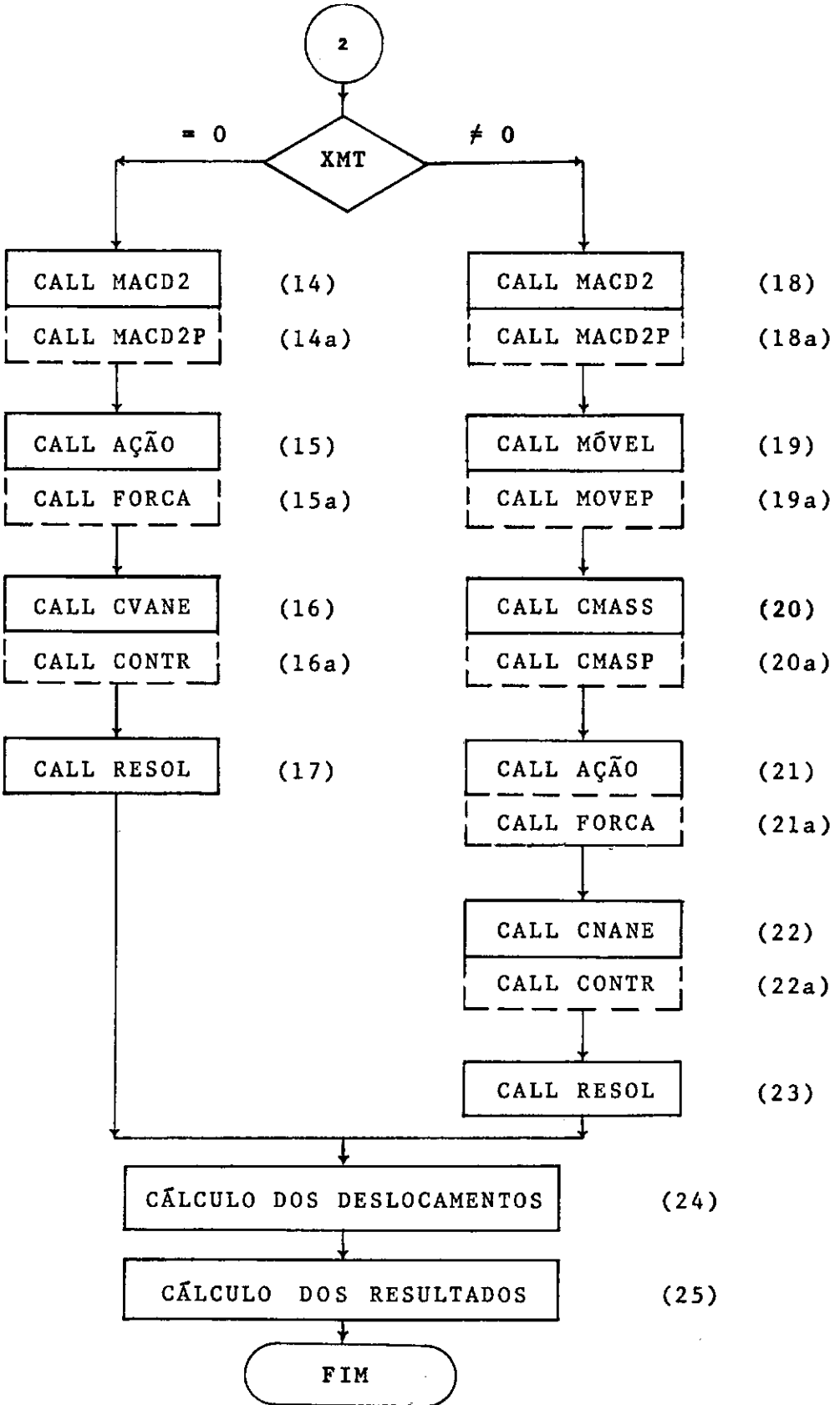
7.3 - ESQUEMA DOS PROGRAMAS - COMENTÁRIOS

A fim de esclarecer a sequência dos programas, segue um esquema da ordem obedecida pelos mesmos na execução.

7.3.1 - ESQUEMA







7.3.2 - COMENTÁRIOS

Já que os programas VIGA e PÔRTICOS apresentam a mesma sequência de execução, os comentários abaixo terão validade para ambos.

1. São impressos no início dos programas os títulos referentes às estruturas a serem analisadas.
2. Leitura dos dados gerais sobre a estrutura a ser analisada, conforme o especificado no manual de uso dos programas, e sua impressão.
- 2a. No caso do programa para análise de pôrticos planos, faz-se a leitura das coordenadas dos nós, segundo item 8.4.2 e a impressão das mesmas.
3. Leitura das propriedades de cada elemento da estrutura, segundo item 8.4.2 e sua impressão.
4. Leitura das restrições nos nós, como especificado no manual de uso e impressão das restrições das direções em cada nó.
5. Formação do vetor das restrições acumuladas, a partir do

vetor das restrições dos nós, através de um "DO", percorrendo todos os nós.

6. Formação das matrizes de rigidez e de massa consistente da estrutura, através da chamada das sub-rotinas que formam as matrizes de rigidez e de massa consistente dos elementos.
7. Chamada sub-rotina RIGIE para a geração da matriz de rigidez do elemento de viga.
- 7a. Formação da matriz de rigidez do elemento de pórtico, através da sub-rotina RIGIP.
8. Por intermédio da sub-rotina MASSA, forma-se a matriz de massa consistente dos elementos de viga.
- 8a. Para os elementos de pórticos planos, chama-se a sub-rotina MASSAP para a formação da matriz de massa.
9. Inicialmente, para $IVP = 1$, faz-se o espalhamento da matriz de rigidez de um elemento na matriz de rigidez global e, para $IVP = 2$, monta-se a matriz de massa da estrutura.
10. Formação da matriz de amortecimento da estrutura, através

da combinação linear das matrizes de rigidez e de massa da estrutura.

11. Impressão das matrizes da estrutura.
12. Leitura dos parâmetros das cargas móveis, segundo especificado no manual de uso dos programas.
13. Iniciando a integração numérica, faz-se o teste do valor de XMT que corresponde à massa total do carregamento. Caso este seja nulo, caímos no problema da carga móvel; caso contrário, temos que levar em consideração o efeito da massa do veículo e o programa segue outro caminho.
14. Para a carga móvel em vigas, chama-se a sub-rotina MACD2 que soma as contribuições das matrizes de rigidez, massa e amortecimento e as coloca na matriz F.
- 14a. No caso de pórticos, a sub-rotina a ser chamada é a MACD2P, que gera identicamente a anterior.
15. Chamada da sub-rotina AÇÃO para computar as ações nodais e equivalentes para os elementos de viga, submetidos a uma carga móvel pontual.
- 15a. O cálculo das ações nodais equivalentes para elementos de

pórticos submetidos a carga móvel, é feita pela sub-rotina FORCA.

16. A sub-rotina CVANE é chamada duas vezes para computar os termos associados com os deslocamentos e as velocidades nodais, que serão levados no vetor das ações nodais equivalentes dos elementos de viga.
- 16a. Tratando-se de pórticos planos, a sub-rotina a ser chamada é a CONTR que exerce a mesma função que CVANE, porém, aplicada a elementos de pórticos.
17. Formado o sistema de equações, chama-se a sub-rotina RESOL para a resolução em cada intervalo de tempo, do sistema de ordem N.
18. Para o problema da carga com massa e o veículo idealizado atravessando vigas, chama-se a sub-rotina MACD2 para a formação da matriz F básica, que contém as contribuições das matrizes de rigidez, massa e amortecimento da estrutura.
- 18a. No caso de pórticos chama-se MACD2P que opera da mesma maneira.
19. Devido ao efeito da massa da carga, ou do veículo, surgem as matrizes M^{*}, C^{*} e K^{*}, que serão levadas na matriz F co

mo indicado na equação (5.13). Para o cálculo destas matrizes, chama-se a sub-rotina MOVEL para o caso de vigas.

- 19a. A sub-rotina MOVEP é chamada para a montagem de \underline{M}^* , \underline{C}^* e \underline{K}^* , para carregamentos nos pórticos.
20. A colocação das matrizes acima calculadas na matriz dos coeficientes das acelerações \underline{F} é feita, para o programa VIGA, pela sub-rotina CMASS.
- 20a. O mesmo acontece para o programa PÓRTICO, através da sub-rotina CMASP.
21. Para a avaliação das forças nodais equivalentes, devido ao peso da massa ou do veículo, chama-se a sub-rotina AÇÃO no caso de vigas.
- 21a. A sub-rotina FORCA é chamada para o programa de pórticos planos para computar estas forças.
22. A fim de computar os termos associados com as velocidades e deslocamentos nodais no vetor das ações, chama-se a sub-rotina CVANE, por duas vezes, no programa VIGA.
- 22a. No programa PÓRTICO esta função é exercida pela sub-rotina CONTR.

23. Para resolver o sistema de equações, de ordem N no caso de massa e, $N+1$ no caso do veículo, chama-se a sub-rotina RESOL. Estas operações são feitas para cada intervalo de tempo.
24. De posse das acelerações nodais para um qualquer dos casos citados, procede-se ao cálculo das velocidades e deslocamentos nodais, através das equações (5.10) e (5.14).
25. Os deslocamentos nodais e da massa suspensa do veículo são então impressos em intervalos pré-estabelecidos.

7.4 - MANUAL DE USO

7.4.1 - PROGRAMA VIGA

a) Variáveis de Entrada

1. NESTR Número de estruturas a serem analisadas pelo programa.
2. COMENTÁRIOS Quaisquer, até 65 caracteres.

3. NE Número de elementos.
 NJ Número de nós.
 NR Número de reações.
 NRJ Número de nós em que há pelo menos uma restrição.
 NDJ Número de graus de liberdade por nó.
4. I Número do elemento.
 EL(I) Comprimento do elemento I.
 IZ(I) Momento de inércia da seção transversal do elemento I em relação ao eixo Z.
 E(I) Módulo de elasticidade do elemento I.
 DENS(I) Massa por unidade de comprimento do elemento I.
5. K Número do nó.
 RL(2*K-1) Ligação na direção Y.
 RL(2*K) Ligação na direção Z (rotação).
 RL = 0 (não há restrição).
 RL = 1 (há restrição).
6. ALFA Fator que multiplica a matriz de massa para formação da matriz de amortecimento.
 BETA Fator que multiplica a matriz de rigidez para formação da matriz de amortecimento.

7. NCC Número de casos de carregamento.
8. PF Peso da carga móvel.
M1 Massa suspensa do veículo.
M2 Massa em contato com a estrutura.
V0 Velocidade da carga móvel.
A0 Aceleração da carga móvel.
KMOLA Constante da mola do veículo.
CAMOR Constante do amortecedor do veículo.
9. HI Intervalo de integração.
H3 Intervalo de saída.
TMAX Tempo máximo para a resposta (dado em relação ao tempo de travessia $TMAX = TRESP/TRAV$).
TETA Parâmetro multiplicador do intervalo de integração.

b) Manual de Uso

Nº DE ORDEM	Nº DE CARTÕES	VARIÁVEIS	FORMATOS
1	1	NESTR	I5
2	3	COMENTÁRIOS	65H
3	1	NE, NJ, NR, NRJ, NDJ	5I5
4	NE	I, EL(I), IZ(I), E(I), DENS(I)	I5, 4F10.0
5	NRJ	K, RL(2*K-1), RL(2*K)	3I5
6	1	ALFA, BETA	2F10.0
7	1	NCC	I5
8	NCC	PF, M1, M2, VO, AO, KMOLA, CAMOR	7E11.5
9	NCC	HI, H3, TMAX, TETA	4E11.5

7.4.2 - PROGRAMA PÓRTICOa) Variáveis de Entrada

1. NESTR Número de estruturas a serem analisadas pelo programa.
2. COMENTÁRIOS Quaisquer, até 65 caracteres.
3. NE Número de elementos.
NJ Número de nós.
NR Número de reações.
NRJ Número de nós em que há pelo menos uma restri
 ção.
NDJ Número de graus de liberdade por nó.
4. J Número do nó.
X(J) Abscissa do nó.
Y(J) Ordenada do nó.
5. I Número do elemento.
JJ(I) Número do nó origem dos eixos locais.
JK(I) Número do nó oposto a origem.

- | | |
|---------|--|
| AX(I) | Área da seção transversal do elemento. |
| IZ(I) | Momento de inércia da seção transversal do elemento I, em relação ao eixo Z. |
| E(I) | Módulo de elasticidade do elemento I. |
| DENS(I) | Densidade. |
-
- | | | |
|----|-----------|---------------------------------|
| 6. | K | Número do nó. |
| | RL(3*K-2) | Ligação na direção X. |
| | RL(3*K-1) | Ligação na direção Y. |
| | RL(3*K) | Ligação na direção Z (rotação). |
-
- | | | |
|----|------|--|
| 7. | ALFA | Fator que multiplica a matriz de massa para formação da matriz de amortecimento. |
| | BETA | Fator que multiplica a matriz de rigidez para formação da matriz de amortecimento. |
-
- | | | |
|----|-----|--|
| 8. | NCC | Número de casos de carregamento. |
| | NH | Número do último elemento a ser percorrido pela carga móvel. |
-
- | | | |
|----|----|-----------------------------------|
| 9. | PF | Peso da carga móvel. |
| | M1 | Massa suspensa do veículo. |
| | M2 | Massa em contato com a estrutura. |
| | VO | Velocidade da carga móvel. |

A0 Aceleração da carga móvel.
KMOLA Constante da mola do veículo.
CAMOR Constante do amortecedor do veículo.

10. HI Intervalo de integração.
H3 Intervalo de saída.
TMAX Tempo máximo para a resposta (dado em relação
 ao tempo de travessia $TMAX = TRESP/TRAV$).
TETA Parâmetro multiplicador do intervalo de inte
 gração.

b) Manual de Uso

Nº DE ORDEM	Nº DE CARTÕES	VARIÁVEIS	FORMATOS
1	1	NESTR	I 5
2	3	COMENTÁRIOS	65H
3	1	NE, NJ, NR, NRJ, NDJ	5I5
4	NJ	J, X(J), Y(J)	I4, 2F8.3
5	NE	I, JJ(I), JK(I), AX(I), IZ(I), E(I) DENS(I)	3I5, 4F10.0
6	NRJ	K, RL(3*K-2), RL(3*K-1), RL(3*K)	4I5
7	1	ALFA, BETA	2F10.0
8	1	NCC, NH	2I5
9	NCC	PF, M1, M2, VO, AO, KMOLA, CAMOR	7E11.5
10	NCC	HI, H3, TMAX, TETA	4E11.5

BIBLIOGRAFIA

1. ARCHER, J.S. - "Consistent Mass Matrix for Distributed Mass Systems" - Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 89, n° ST4, August 1963, pp. 161-178.
2. BATHE, K.J. and WILSON, E.L. - "Stability and Accuracy Analysis of Direct Integration Methods" - Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 1, pp. 283-291 (1973).
3. BIGGS, J.M.; SUER, H.S. and LOUW, J.M. - "The Vibration of Simple Span Highway Bridges" - Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 83, N° ST2, March 1957, p. 1186.
4. FLEMING, J.F. and ROMUALDI, J.P. - "Dynamic Response of Highway Bridges" - Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 87, n° ST7, October 1961, p. 2955.

5. FRYBA, L. - "Vibration of Solids and Structures Under Moving Loads" - Noordhoff International Publishing Groningen, The Netherlands.
6. GERE, J.M. and WEAVER, Jr., W. - "Análisis de Estructuras Reticulares" - D. Van Nostrand Co., México, 1970.
7. JUNG, M.P. - "Dinâmica de Estruturas Reticuladas Sob Cargas Móveis pelo Método dos Elementos Finitos" - Tese de M.Sc., COPPE-UFRJ (1973).
8. NEWMARK, N.M. - "A Method of Computation for Structural Dynamics" - Journal of the Engineering Mechanics Division, Vol. 85, nº EM3, July 1959, pp. 67-95.
9. PACITTI, Tércio - "FORTRAN-MONITOR, Princípios" - Ao Livro Técnico S/A, Rio de Janeiro, 1968.
10. PRZEMIENIECKI, J.S. - "Theory of Matrix Structural Analysis" - McGraw-Hill, Inc., New York, 1968.
11. ROMILDE, A.O. - "Análise Dinâmica de Torres e Estruturas Elevadas Lateralmente Carregadas" - Tese de M.Sc., COPPE-UFRJ (1974).

12. TIMOSHENKO, S.P. - "Vibration Problems in Engineering" - D. Van Nostrand Co., New York, 1937.
13. VENÂNCIO FILHO, F. - "Dynamic Influence Lines of Beams and Frames" - Journal of the Structural Divisions, ASCE, Vol. 92, nº ST2, April 1966, pp. 371-386.
14. VENÂNCIO FILHO, F. - "Método dos Elementos Finitos - Elementos de Ordem Superior - Análise Dinâmica e Estabilidade" - Notas de Aula do Curso de Mecânica das Estruturas III, COPPE-UFRJ, 1973.
15. WANG, P.C. - "Numerical and Matrix Methods in Structural Mechanics" - John Wiley & Sons, Inc., USA, 1966.
16. WILSON, E.L.; FARHOOOMAND, I. and BATHE, K.J. - "Nonlinear Dynamic Analysis of Complex Structures" - Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 1, pp. 241-252 (1973).
17. YOSHIDA, D.M. - "Dynamic Response of Beams and Plates Due to Moving Loads" - Ph.D. Thesis, Department of Civil Engineering, Stanford University, Stanford, California, May 1970.

18. ZIENKIEWICZ, O.C. - "The Finite Element Method in Engineering Science" - McGraw-Hill, London, 1971.

pelo metodo dos elementos finitos
moveis, resposta dinamica de estruturas reticuladas a cargas

7 a cargas moveis, pelo método dos elementos finitos.

APÊNDICE A

PROGRAMA PARA ANÁLISE DINÂMICA DE VIGAS CONTÍNUAS
SUBMETIDAS A CARGAS MÔVEIS

```

C*****
C  PROGRAMA PRINCIPAL
C  ANALISE DINAMICA DE VIGAS CONTINUAS SUBMETIDAS A CARGAS
C  MOVEIS
C*****
C  INTEGER*4  RL(20),CRL(20)
C  REAL*4  EL(10),IZ(10),E(10),DENS(10),A(20),D(20),D4(1000)
C  REAL*4  S(20,20),C(20,20),CM(20,20),DO(20),D1(20),D2(20)
C  REAL*4  SM(4,4),CMS(5,5),CS(5,5),SS(5,5)
C  REAL*4  F(20,20),T(20),Z(20,20),B(20)
C  REAL*8  M1,M2,KMOLA
C*****
C  FORNECIMENTO DO NUMERO DE ESTRUTURAS A SEREM ANALISADAS E
C  IMPRESSAO DOS TITULOS REFERENTES AO PROGRAMA
C*****
C  NL=8
C  NI=5
C  READ(NL,1)NESTR
C  1 FORMAT(I5)
C  DO 2000 NEST=1,NESTR
C  WRITE(NI,2)
C  2 FORMAT(1H1,/,30X,'COPPE',/,20X,'PROGRAMA DE ENGENHARIA C'
C  *,',IVIL',/,20X,'AREA = ESTRUTURAS',/,20X,'TESE DE MESTRAD'
C  *,',O',/,20X,'ALUNO = JOAO EDUARDO FALABELLA',/,20X,'ANALI'
C  *,',SE DE VIGAS CONTINUAS SUBMETIDAS A CARGAS MOVEIS PELO ME'
C  *,',TODO DOS ELEMENTOS FINITOS',////////)
C*****
C  IMPRESSAO DE TITULOS REFERENTES A ESTRUTURA A SER ANALISADA
C*****
C  READ(NL,3)
C  3 FORMAT(' ')
C  READ(NL,4)
C  4 FORMAT(' ')
C  READ(NL,5)
C  5 FORMAT(' ')
C  WRITE(NI,3)
C  WRITE(NI,4)
C  WRITE(NI,5)
C*****
C  LEITURA E IMPRESSAO DOS DADOS GERAIS DA ESTRUTURA
C*****
C  READ(NL,6)NE,NJ,NR,NRJ,NDJ
C  6 FORMAT(5I5)
C  N=NJ*NDJ-NR
C  WRITE(NI,7)NE,N,NJ,NR,NRJ,NDJ
C  7 FORMAT(////////,15X,'DADOS GERAIS DA ESTRUTURA',/,10X,'NUMERO'
C  *,', DE ELEMENTOS =',I3,/,10X,'GRAU DE INDETERMINACAO CINEMA'
C  *,',TICA =',I3,/,10X,'NUMERO DE NOS =',I3,/,10X,'NUMERO DE L'
C  *,',IGACOES =',I3,/,10X,'NUMERO DE NOS EM QUE HA PELO MENOS '
C  *,',UMA LIGACAO =',I3,/,10X,'NUMERO DE DIRECOES POR NO =',I3,

```

*//)

```

C*****
C  LEITURA E IMPRESSAO DAS PROPRIEDADES DOS ELEMENTOS
C*****
  READ(NL,8)(I,EL(I),IZ(I),E(I),DENS(I),J=1,NE)
  8  FORMAT(I5,4F10.0)
  WRITE(NI,9)
  9  FORMAT(/,15X,'PROPRIEDADES DOS ELEMENTOS',/,10X,'ELEMENT'
    *, 'O',5X,'COMPRIMENTO',5X,'MOM. INERCIA',5X,'MOD. ELASTICIDAD'
    *, 'E',5X,'MASSA P/UNID. COMPRIMENTO',/)
  WRITE(NI,10)(I,EL(I),IZ(I),E(I),DENS(I),I=1,NE)
  10 FORMAT(10X,I5,9X,F10.4,5X,F11.7,6X,F13.2,10X,F17.7)
C*****
C  LEITURA E IMPRESSAO DAS RESTRICOES EM CADA NO
C*****
  ND=NJ*NDJ
  DO 110 K=1,ND
    RL(K)=0
  110 CRL(K)=0
  DO 120 IC=1,NRJ
  120 READ(NL,11)K,RL(2*K-1),RL(2*K)
  11  FORMAT(3I5)
  WRITE(NI,12)
  12  FORMAT(/,15X,'LISTA DAS RESTRICOES DOS NOS',/,50X,'SE RE'
    *, 'STR=1 HA RESTRICAO',/,50X,'SE RESTR=0 NAO HA RESTRICAO',/
    *,10X,'NO(J)',6X,'RESTR DIR Y',6X,'RESTR DIR Z',/)
  WRITE(NI,13)(K,RL(2*K-1),RL(2*K),K=1,NJ)
  13  FORMAT(11X,I2,12X,I2,15X,I2)
C*****
C  VETOR DAS RESTRICOES ACUMULADAS CRL
C*****
  CRL(1)=RL(1)
  DO 130 K=2,ND
  130 CRL(K)=CRL(K-1)+RL(K)
  ITEST=CRL(ND)-NR
  IF(ITEST.EQ.0) GO TO 140
  WRITE(NI,14)
  14  FORMAT(///,15X,'ERRO NA ACUMULACAO DAS RESTRICOES,NAO CONC'
    *, 'ORDANDO COM O NUMERO DE REACOES FORNECIDO')

```

GO TO 1000

C*****

C ZERAGEM DAS MATRIZES DE RIGIDEZ, MASSA E AMORTECIMENTO DA
C ESTRUTURA

C*****

140 DO 150 I=1,ND

DO 150 J=1,ND

S(I,J)=0.0

C(I,J)=0.0

150 CM(I,J)=0.0

C*****

C FORMACAO DAS MATRIZES DE RIGIDEZ E DE MASSA DA ESTRUTURA

C*****

DO 500 IVP=1,2

DO 800 I=1,NE

IF(IVP.EQ.1) GO TO 160

CALL RIGIE(EL(I),IZ(I),E(I),SM)

GO TO 170

160 CALL MASSA(EL(I),DENS(I),SM)

170 J1=2*I-1

J2=2*I

K1=2*I+1

K2=2*I+2

C*****

C REARRANJO DAS MATRIZES

C*****

IF(RL(J1).EQ.0) GO TO 101

J1=N+CRL(J1)

GO TO 102

101 J1=J1-CRL(J1)

102 IF(RL(J2).EQ.0) GO TO 103

J2=N+CRL(J2)

GO TO 104

103 J2=J2-CRL(J2)

104 IF(RL(K1).EQ.0) GO TO 105

K1=N+CRL(K1)

GO TO 106

105 K1=K1-CRL(K1)

106 IF(RL(K2).EQ.0) GO TO 107


```

      K2=N+CRL(K2)
      GO TO 108
107 K2=K2-CRL(K2)
108 CONTINUE
C*****
C   MONTAGEM DAS MATRIZES DE MASSA E RIGIDEZ DA ESTRUTURA
C*****
      J1A=2*I-1
      J2A=2*I
      K1A=2*I+1
      K2A=2*I+2
      IF(RL(J1A).NE.0) GO TO 201
      S(J1,J1)=S(J1,J1)+SM(1,1)
      S(J2,J1)=S(J2,J1)+SM(2,1)
      S(K1,J1)=SM(3,1)
      S(K2,J1)=SM(4,1)
201 IF(RL(J2A).NE.0) GO TO 202
      S(J1,J2)=S(J1,J2)+SM(1,2)
      S(J2,J2)=S(J2,J2)+SM(2,2)
      S(K1,J2)=SM(3,2)
      S(K2,J2)=SM(4,2)
202 IF(RL(K1A).NE.0) GO TO 203
      S(J1,K1)=SM(1,3)
      S(J2,K1)=SM(2,3)
      S(K1,K1)=S(K1,K1)+SM(3,3)
      S(K2,K1)=S(K2,K1)+SM(4,3)
203 IF(RL(K2A).NE.0) GO TO 204
      S(J1,K2)=SM(1,4)
      S(J2,K2)=SM(2,4)
      S(K1,K2)=S(K1,K2)+SM(3,4)
      S(K2,K2)=S(K2,K2)+SM(4,4)
204 CONTINUE
800 CONTINUE
      IF(IVP.EQ.2) GO TO 500
      DO 180 K=1,N
      DO 180 J=1,N
      CM(K,J)=S(K,J)
180 S(K,J)=0.0
500 CONTINUE

```

```

C*****
C      MONTAGEM DA MATRIZ DE AMORTECIMENTO DA ESTRUTURA
C*****
      READ(NL,16)ALFA,BETA
      16 FORMAT(2F10.0)
      DO 190 I=1,N
      DO 190 J=1,N
      190 C(I,J)=ALFA*CM(I,J)+BETA*S(I,J)
C*****
C      IMPRESSAO DAS MATRIZES DE MASSA,RIGIDEZ E AMORTECIMENTO DA
C      ESTRUTURA
C*****
      IBW=N
      WRITE(NI,17)NEST
      17 FORMAT(//////,15X,'MATRIZ DE RIGIDEZ DA ESTRUTURA NO=',I5,//
      *)
      CALL IMPMAT(N,IBW,S)
      WRITE(NI,18)NEST
      18 FORMAT(//////,15X,'MATRIZ DE MASSA DA ESTRUTURA NO=',I5,//)
      CALL IMPMAT(N,IBW,CM)
      WRITE(NI,19)NEST
      19 FORMAT(//////,15X,'MATRIZ DE AMORTECIMENTO DA ESTRUTURA NO='
      *,I5,//)
      CALL IMPMAT(N,IBW,C)
C*****
C      PARAMETROS DAS CARGAS MOVEIS
C*****
      READ(NL,20)NCC
      20 FORMAT(I5)
      IL=0
      1700 IL=IL+1
      READ(NL,21)PF,M1,M2,VO,AO,KMOLA,CAMOR
      21 FORMAT(7E11.5)
      READ(NL,22)HI,H3,TMAX,TETA
      22 FORMAT(4E11.5)
      COMP=0.0
      DO 200 I=1,NE
      200 COMP=COMP+EL(I)
      IF(VO.GT.1.0E-5)TAU=COMP/VO

```

```

      IF(A0.GT.1.0E-5)TAU=(-V0+SQRT(V0*V0+2.0*A0*COMP))/A0
      WRITE(NI,23)IL
23  FORMAT(///// ,15X,'CARREGAMENTO NO=',I5,2X,50('*'),/)
      WRITE(NI,24)PF,M1,M2,V0,A0,KMOLA,CAMOR
24  FORMAT(15X,'PESO DO VEICULO =',E12.5,/,15X,'MASSA SUSPENSA'
      *,'= ',E12.5,/,15X,'MASSA EM CONTATO COM A ESTRUTURA =',E12.5
      *,/,15X,'VELOCIDADE =',E12.5,/,15X,'ACELERACAO =',E12.5,/,15
      *X,'CONSTANTE DA MOLA DO VEICULO =',E12.5,/,15X,'CONSTANTE '
      *, 'DO AMORTECEDOR DO VEICULO =',E12.5,/)
      WRITE(NI,25)HI,H3,TMAX,TAU,TETA
25  FORMAT(///// ,15X,'DADOS SOBRE O TEMPO',/,15X,'INTERVALO DE'
      *, ' INTEGRAÇÃO =',E12.5,/,15X,'INTERVALO DE SAIDA =',E12.5,/
      *,15X,'TEMPO PARA A RESPOSTA =',E12.5,/,15X,'TEMPO DE TRAVE'
      *, 'SSIA DO VEICULO =',E12.5,/,15X,'MULTIPLICADOR DO INTERVA'
      *, 'LO H =',E12.5,/)
      WRITE(NI,26)
26  FORMAT(///// ,15X,'DESLOCAMENTOS NODAIS',/)
C*****
C      ZERAGEM DOS VETORES PARA INICIO DA INTEGRAÇÃO NUMERICA
C*****
      IC=1
      IE=0
      X0=0.0
      X4=0.0
      T2=0.0
      T3=H3
      NM1=N+1
      DO 1750 I=1,NM1
      A(I)=0.0
      D(I)=0.0
      D0(I)=0.0
      D1(I)=0.0
1750 D2(I)=0.0
C*****
C      INICIO DA INTEGRAÇÃO NUMERICA
C*****
      H=HI*TETA
1800 T2=T2+H
      X2=V0*T2+A0*T2*T2/2.0

```

```

X1=X2-X0
IF(X2.GT.COMP) GO TO 2800
IF(X1.LT.X4) GO TO 1850
IE=IE+1
X0=X0+X4
X1=X2-X0
X4=EL(IE)
J1=2*IE-1
J2=2*IE
K1=2*IE+1
K2=2*IE+2
IF(RL(J1).EQ.0) GO TO 301
J1=N+CRL(J1)
GO TO 302
301 J1=J1-CRL(J1)
302 IF(RL(J2).EQ.0) GO TO 303
J2=N+CRL(J2)
GO TO 304
303 J2=J2-CRL(J2)
304 IF(RL(K1).EQ.0) GO TO 305
K1=N+CRL(K1)
GO TO 306
305 K1=K1-CRL(K1)
306 IF(RL(K2).EQ.0) GO TO 307
K2=N+CRL(K2)
GO TO 308
307 K2=K2-CRL(K2)
308 CONTINUE
J1A=2*IE-1
J2A=2*IE
K1A=2*IE+1
K2A=2*IE+2
DO 1820 J=1,NM1
1820 A(J)=0.0
1850 XMT=M1+M2
DO 210 I=1,ND
DO 210 J=1,ND
F(I,J)=0.0
210 Z(I,J)=0.0

```

```

      IF(XMT.EQ.0.0) GO TO 2900
C*****
C      SOMA DAS CONTRIBUICOES DAS MATRIZES DE MASSA, AMORTECIMENTO
C      E RIGIDEZ PARA FORMACAO DA MATRIZ DOS COEFICIENTES DE D2
C*****
      CALL MACD2(N,H,CM,C,S,F)
C*****
C      CONTRIBUICAO DA MASSA DO VEICULO NA MATRIZ DOS COEFICIENTES
C      DE D2
C*****
      CALL MOVEL(M1,M2,X1,VO+A0*T2,A0,EL(IE),KMOLA,CAMOR,CMS,CS,
      *SS)
C*****
C      COLOCANDO A CONTRIBUICAO DO VEICULO NA MATRIZ DOS
C      COEFICIENTES DE D2 CASO SEJA CONSIDERADO O EFEITO DA
C      MASSA DO MESMO
C*****
      CALL CMASS(NM1,J1A,J2A,K1A,K2A,J1,J2,K1,K2,H,RL,CMS,CS,SS,F
      *)
C*****
C      COMPUTANDO O VETOR DAS ACOES
C*****
      CALL ACAO(PF,EL(IE),X1,J1A,J2A,K1A,K2A,J1,J2,K1,K2,RL,A)
C*****
C      CONTRIBUICAO DOS TERMOS ASSOCIADOS COM AS VELOCIDADES NO
C      VETOR DAS ACOES
C*****
      C1=H/2.0
      DO 225 K=1,NM1
      B(K)=0.0
225  T(K)=0.0
      DO 220 J=1,NM1
220  T(J)=D1(J)+C1*D2(J)
      CALL CVANE(J1A,J2A,K1A,K2A,J1,J2,K1,K2,NM1,RL,C,CS,Z)
      DO 235 I=1,NM1
      DO 230 J=1,NM1
230  B(I)=B(I)+Z(I,J)*T(J)
235  CONTINUE
      DO 240 K=1,NM1

```

```

240 A(K)=A(K)-B(K)
C*****
C    CONTRIBUICAO DOS TERMOS ASSOCIADOS COM OS DESLOCAMENTOS NO
C    VETOR DAS ACOES
C*****
      C3=H*H/3.0
      DO 250 I=1,NM1
      DO 250 J=1,NM1
      T(J)=0.0
      B(J)=0.0
250  Z(I,J)=0.0
      DO 260 J=1,NM1
260  T(J)=D0(J)+H*D1(J)+C3*D2(J)
      CALL CVANE(J1A,J2A,K1A,K2A,J1,J2,K1,K2,NM1,RL,S,SS,Z)
      DO 275 I=1,NM1
      DO 270 J=1,NM1
270  B(I)=B(I)+Z(I,J)*T(J)
275  CONTINUE
      DO 280 K=1,NM1
      A(K)=A(K)-B(K)
280  D(K)=A(K)
C*****
C    RESOLVENDO O SISTEMA PARA O PROXIMO INTERVALO DE TEMPO
C*****
      IF(M1.EQ.0.0) GO TO 300
      CALL RESOL(NM1,F,D)
      GO TO 310
300  CALL RESOL(N,F,D)
310  GO TO 3000
C*****
C    QUANDO O VEICULO DEIXA A ESTRUTURA A MATRIZ DOS
C    COEFICIENTES PERMANECE CONSTANTE
C*****
2800 CALL MACD2(N,H,CM,C,S,F)
      DO 320 I=1,N
320  A(I)=0.0
      GO TO 2925

```

```

C*****
C      CASO DO VEICULO SEM MASSA
C*****
2900 CALL MACD2(N,H,CM,C,S,F)
      CALL ACAO(PF,EL(IE),X1,J1A,J2A,K1A,K2A,J1,J2,K1,K2,RL,A)
2925 C1=H/2.0
      DO 325 K=1,NM1
          T(K)=C.0
325  B(K)=0.0
      DO 330 J=1,N
330  T(J)=D1(J)+C1*D2(J)
      DO 340 I=1,5
      DO 340 J=1,5
340  CS(I,J)=0.0
      CALL CVANE(J1A,J2A,K1A,K2A,J1,J2,K1,K2,NM1,RL,C,CS,Z)
      DO 355 I=1,N
      DO 350 J=1,N
350  B(I)=B(I)+Z(I,J)*T(J)
355  CONTINUE
      DO 360 K=1,NM1
360  A(K)=A(K)-B(K)
      C3=H*H/3.0
      DO 370 I=1,NM1
      DO 370 J=1,NM1
          T(J)=0.0
          B(J)=0.0
370  Z(I,J)=0.0
      DO 380 J=1,N
380  T(J)=D0(J)+H*D1(J)+C3*D2(J)
      DO 390 I=1,5
      DO 390 J=1,5
390  SS(I,J)=0.0
      CALL CVANE(J1A,J2A,K1A,K2A,J1,J2,K1,K2,NM1,RL,S,SS,Z)
      DO 405 I=1,N
      DO 400 J=1,N
400  B(I)=B(I)+Z(I,J)*T(J)
405  CONTINUE
      DO 410 K=1,NM1
          A(K)=A(K)-B(K)

```

```

410 D(K)=A(K)
    CALL RESOL(N,F,D)
C*****
C    CALCULO DOS DESLOCAMENTOS
C*****
3000 DO 750 K=1,NM1
    750 A(K)=0.0
        H0=H/TETA
        C1=H0*H0
        DO 420 J=1,NM1
            D2T=D2(J)+(D(J)-D2(J))/TETA
            D0(J)=D0(J)+H0*D1(J)+C1*(D2T+2.0*D2(J))/6.0
            D1(J)=D1(J)+H0*(D2T+D2(J))/2.0
        420 D2(J)=D2T
            T2=T2-(H-H1)
            X2=V0*T2+A0*T2*T2/2.0
            XR=X2/COMP
            TR=T2/TAU
            D4(IC)=10000000.0*D0(4)
            IC=IC+1
C*****
C    ESCRIVENDO RESULTADOS NO INTERVALO DE SAIDA ESPECIFICADO
C*****
    IF(T2.LT.T3) GO TO 9000
    T3=T3+H3
    WRITE(NI,27)H,XR,TR
27  FORMAT(/,15X,'INTERVALO DE TEMPO =',E12.5/,15X,'ESPACO PE'
    *, 'RCORRIDO PELO VEICULO =',E12.5/,15X,'TEMPO PERCORRIDO ='
    *,E12.5/,15X,'DESLOCAMENTOS NODAIS E DA MASSA SUSPENSA DO '
    *, 'VEICULO',/)
    WRITE(NI,28)(J,D0(J),J=1,NM1)
28  FORMAT(10X,I5,10X,E12.5)
C*****
C    TESTES PARA O FINAL DO PROGRAMA
C*****
9000 IF(TR.LT.TMAX) GO TO 1800
    WRITE(5,29)(D4(J),J=1,800)
    WRITE(7,29)(D4(J),J=1,800)
29  FORMAT(2X,6F13.5)

```



```

      IF(IL.LT.NCC) GO TO 1700
2000 CONTINUE
1000 STOP
      END

```

```

C*****
C      SUBROTINA FORMADORA DA MATRIZ DE RIGIDEZ DO ELEMENTO DE
C      VIGA
C*****
      SUBROUTINE RIGIE(XEL,XIZ,XE,SM)
      REAL*4  SM(4,4)
      SM(1,1)=12.0*XE*XIZ/(XEL*XEL*XEL)
      SM(1,2)=6.0*XE*XIZ/(XEL*XEL)
      SM(1,3)=-SM(1,1)
      SM(1,4)=SM(1,2)
      SM(2,1)=SM(1,2)
      SM(2,2)=4.0*XE*XIZ/XEL
      SM(2,3)=-SM(1,2)
      SM(2,4)=2.0*XE*XIZ/XEL
      SM(3,1)=SM(1,3)
      SM(3,2)=SM(2,3)
      SM(3,3)=SM(1,1)
      SM(3,4)=-SM(1,2)
      SM(4,1)=SM(1,4)
      SM(4,2)=SM(2,4)
      SM(4,3)=SM(3,4)
      SM(4,4)=SM(2,2)
      RETURN
      END

```

```

C*****
C      SUBROTINA FORMADORA DA MATRIZ DE MASSA DO ELEMENTO DE VIGA
C*****
      SUBROUTINE MASSA(XEL,XDENS,SM)
      REAL*4  SM(4,4)
      FAT=XEL*XDENS
      SM(1,1)=FAT*13.0/35.0
      SM(1,2)=FAT*XEL*11.0/210.0
      SM(1,3)=FAT*9.0/70.0
      SM(1,4)=-FAT*13.0*XEL/420.0
      SM(2,1)=SM(1,2)
      SM(2,2)=FAT*XEL*XEL/105.0
      SM(2,3)=-SM(1,4)
      SM(2,4)=-FAT*XEL*XEL/140.0
      SM(3,1)=SM(1,3)
      SM(3,2)=SM(2,3)
      SM(3,3)=SM(1,1)
      SM(3,4)=-SM(1,2)
      SM(4,1)=SM(1,4)
      SM(4,2)=SM(2,4)
      SM(4,3)=SM(3,4)
      SM(4,4)=SM(2,2)
      RETURN
      END

```

```

C*****
C      SUBROTINA QUE COMPUTA AS FORÇAS DEVIDAS AO PESO DO VEICULO
C      NO VETOR DAS ACOES NODAIS 'A'
C*****
      SUBROUTINE ACAO(FP,XEL,X,J1A,J2A,K1A,K2A,J1,J2,K1,K2,RL,A)
      INTEGER*4  RL(20)
      REAL*4  A(20)
      X2=X*X
      X3=X2*X
      EL2=XEL*XEL
      EL3=EL2*XEL

```

```
      IF(RL(J1A).NE.0) GO TO 10
      A(J1)=FP*(1.0-3.0*X2/EL2+2.0*X3/EL3)
10    IF(RL(J2A).NE.0) GO TO 20
      A(J2)=FP*(X-2.0*X2/XEL+X3/EL2)
20    IF(RL(K1A).NE.0) GO TO 30
      A(K1)=FP*(3.0*X2/EL2-2.0*X3/EL3)
30    IF(RL(K2A).NE.0) GO TO 40
      A(K2)=FP*(-X2/XEL+X3/EL2)
40    RETURN
      END
```

```

C*****
C      SUBROTINA FORMADORA DAS MATRIZES ASSOCIADAS A MASSA DO
C      VEICULO
C*****
      SUBROUTINE MOVEL(XM1,XM2,X,V,A,XEL,XK,XC,CMS,CS,SS)
      REAL*4   CMS(5,5),CS(5,5),SS(5,5),GO(4),G1(4),G2(4)
      REAL*8   XM1,XM2,XK
      X2=X*X
      X3=X2*X
      EL2=XEL*XEL
      EL3=EL2*XEL
      C1=2.0*XM2*V
      S1=XM2*V*V
      S2=XM2*A
      GO(1)=1.0-3.0*X2/EL2+2.0*X3/EL3
      GO(2)=X-2.0*X2/XEL+X3/EL2
      GO(3)=3.0*X2/EL2-2.0*X3/EL3
      GO(4)=-X2/XEL+X3/EL2
      G1(1)=-6.0*X/EL2+6.0*X2/EL3
      G1(2)=1.0-4.0*X/XEL+3.0*X2/EL2
      G1(3)=6.0*X/EL2-6.0*X2/EL3
      G1(4)=-2.0*X/XEL+3.0*X2/EL2
      G2(1)=-6.0/EL2+12.0*X/EL3
      G2(2)=-4.0/XEL+6.0*X/EL2
      G2(3)=6.0/EL2-12.0*X/EL3
      G2(4)=-2.0/XEL+6.0*X/EL2
      DO 100 I=1,4
      DO 100 J=1,4
      SS(I,J)=S1*GO(I)*G2(J)+S2*GO(I)*G1(J)+XK*GO(I)*GO(J)+XC*V*
      *GO(I)*G1(J)
      CS(I,J)=C1*GO(I)*G1(J)+XC*GO(I)*GO(J)
100  CMS(I,J)=XM2*GO(I)*GO(J)
      DO 200 I=1,5
      SS(I,5)=0.0
      CS(I,5)=C.0
200  CMS(I,5)=0.0
      DO 300 J=1,5
      SS(5,J)=0.0
      CS(5,J)=0.0

```

```

300 CMS(5,J)=0.0
    SS(5,5)=XK
    CS(5,5)=XC
    CMS(5,5)=XM1
    DO 400 I=1,4
    CS(I,5)=-XC*G0(I)
400 SS(I,5)=-XK*G0(I)
    DO 500 J=1,4
    CS(5,J)=-XC*G0(J)
500 SS(5,J)=-XC*V*G1(J)-XK*G0(J)
    RETURN
    END

```

```

C*****
C    SUBROTINA QUE SOMA AS CONTRIBUICOES DAS MATRIZES DE RIGIDEZ
C    MASSA E AMORTECIMENTO PARA A FORMACAO DA MATRIZ DOS
C    COEFICIENTES DE D2
C*****
    SUBROUTINE MACD2(N,H,CM,C,S,Z)
    REAL*4 CM(20,20),C(20,20),S(20,20),Z(20,20)
    C1=H/2.0
    C2=H*H/6.0
    DO 100 I=1,N
    DO 100 J=1,N
100 Z(I,J)=CM(I,J)+C1*C(I,J)+C2*S(I,J)
    RETURN
    END

```

```

C*****
C      SUBROTINA QUE COLOCA A CONTRIBUICAO DA MASSA DO VEICULO NA
C      MATRIZ DOS COEFICIENTES DE D2
C*****
      SUBROUTINE CMASS(NM1,J1A,J2A,K1A,K2A,J1,J2,K1,K2,H,RL,CMS,
      *CS,SS,Z)
      INTEGER*4  RL(20)
      REAL*4  CMS(5,5),CS(5,5),SS(5,5),Z(20,20)
      C1=H/2.0
      C2=H*H/6.0
      IF(RL(J1A).NE.0) GO TO 10
      Z(J1,J1)=Z(J1,J1)+CMS(1,1)+C1*CS(1,1)+C2*SS(1,1)
      Z(J2,J1)=Z(J2,J1)+CMS(2,1)+C1*CS(2,1)+C2*SS(2,1)
      Z(K1,J1)=Z(K1,J1)+CMS(3,1)+C1*CS(3,1)+C2*SS(3,1)
      Z(K2,J1)=Z(K2,J1)+CMS(4,1)+C1*CS(4,1)+C2*SS(4,1)
      Z(NM1,J1)=Z(NM1,J1)+CMS(5,1)+C1*CS(5,1)+C2*SS(5,1)
10  IF(RL(J2A).NE.0) GO TO 20
      Z(J1,J2)=Z(J1,J2)+CMS(1,2)+C1*CS(1,2)+C2*SS(1,2)
      Z(J2,J2)=Z(J2,J2)+CMS(2,2)+C1*CS(2,2)+C2*SS(2,2)
      Z(K1,J2)=Z(K1,J2)+CMS(3,2)+C1*CS(3,2)+C2*SS(3,2)
      Z(K2,J2)=Z(K2,J2)+CMS(4,2)+C1*CS(4,2)+C2*SS(4,2)
      Z(NM1,J2)=Z(NM1,J2)+CMS(5,2)+C1*CS(5,2)+C2*SS(5,2)
20  IF(RL(K1A).NE.0) GO TO 30
      Z(J1,K1)=Z(J1,K1)+CMS(1,3)+C1*CS(1,3)+C2*SS(1,3)
      Z(J2,K1)=Z(J2,K1)+CMS(2,3)+C1*CS(2,3)+C2*SS(2,3)
      Z(K1,K1)=Z(K1,K1)+CMS(3,3)+C1*CS(3,3)+C2*SS(3,3)
      Z(K2,K1)=Z(K2,K1)+CMS(4,3)+C1*CS(4,3)+C2*SS(4,3)
      Z(NM1,K1)=Z(NM1,K1)+CMS(5,3)+C1*CS(5,3)+C2*SS(5,3)
30  IF(RL(K2A).NE.0) GO TO 40
      Z(J1,K2)=Z(J1,K2)+CMS(1,4)+C1*CS(1,4)+C2*SS(1,4)
      Z(J2,K2)=Z(J2,K2)+CMS(2,4)+C1*CS(2,4)+C2*SS(2,4)
      Z(K1,K2)=Z(K1,K2)+CMS(3,4)+C1*CS(3,4)+C2*SS(3,4)
      Z(K2,K2)=Z(K2,K2)+CMS(4,4)+C1*CS(4,4)+C2*SS(4,4)
      Z(NM1,K2)=Z(NM1,K2)+CMS(5,4)+C1*CS(5,4)+C2*SS(5,4)
40  Z(J1,NM1)=Z(J1,NM1)+CMS(1,5)+C1*CS(1,5)+C2*SS(1,5)
      Z(J2,NM1)=Z(J2,NM1)+CMS(2,5)+C1*CS(2,5)+C2*SS(2,5)
      Z(K1,NM1)=Z(K1,NM1)+CMS(3,5)+C1*CS(3,5)+C2*SS(3,5)
      Z(K2,NM1)=Z(K2,NM1)+CMS(4,5)+C1*CS(4,5)+C2*SS(4,5)
      Z(NM1,NM1)=Z(NM1,NM1)+CMS(5,5)+C1*CS(5,5)+C2*SS(5,5)

```

RETURN
END

```

C*****
C  SUBROTINA QUE IMPRIME MATRIZES POR LINHAS
C*****
  SUBROUTINE IMPMAT(N,M,S)
    REAL*4  S(20,20)
    1  FORMAT(/,2I3,8E13.5)
    NB=(M-1)/8+1
    LC=1
    DO 200 L=1,NB
      WRITE(5,1)
      LCP7=LC+7
      IF(LCP7.GT.M) LCP7=M
      DO 100 I=1,N
100  WRITE(5,1)I,LC,(S(I,J),J=LC,LCP7)
200  LC=LC+8
    RETURN
  END

```

```

C*****
C      SUBROTINA QUE COMPUTA A CONTRIBUICAO DOS TERMOS ASSOCIADOS
C      COM AS VELOCIDADES QUE SERAO LEVADOS NO VETOR DAS ACOES
C*****
      SUBROUTINE CVANE(J1A,J2A,K1A,K2A,J1,J2,K1,K2,NM1,RL,C,CS,F)
      INTEGER*4  RL(20)
      REAL*4     C(20,20),F(20,20),CS(5,5)
      DO 100 J=1,NM1
      DO 100 I=1,NM1
100  F(I,J)=C(I,J)
      IF(RL(J1A).NE.0) GO TO 10
      F(J1,J1)=C(J1,J1)+CS(1,1)
      F(J2,J1)=C(J2,J1)+CS(2,1)
      F(K1,J1)=C(K1,J1)+CS(3,1)
      F(K2,J1)=C(K2,J1)+CS(4,1)
      F(NM1,J1)=C(NM1,J1)+CS(5,1)
10  IF(RL(J2A).NE.0) GO TO 20
      F(J1,J2)=C(J1,J2)+CS(1,2)
      F(J2,J2)=C(J2,J2)+CS(2,2)
      F(K1,J2)=C(K1,J2)+CS(3,2)
      F(K2,J2)=C(K2,J2)+CS(4,2)
      F(NM1,J2)=C(NM1,J2)+CS(5,2)
20  IF(RL(K1A).NE.0) GO TO 30
      F(J1,K1)=C(J1,K1)+CS(1,3)
      F(J2,K1)=C(J2,K1)+CS(2,3)
      F(K1,K1)=C(K1,K1)+CS(3,3)
      F(K2,K1)=C(K2,K1)+CS(4,3)
      F(NM1,K1)=C(NM1,K1)+CS(5,3)
30  IF(RL(K2A).NE.0) GO TO 40
      F(J1,K2)=C(J1,K2)+CS(1,4)
      F(J2,K2)=C(J2,K2)+CS(2,4)
      F(K1,K2)=C(K1,K2)+CS(3,4)
      F(K2,K2)=C(K2,K2)+CS(4,4)
      F(NM1,K2)=C(NM1,K2)+CS(5,4)
40  F(J1,NM1)=C(J1,NM1)+CS(1,5)
      F(J2,NM1)=C(J2,NM1)+CS(2,5)
      F(K1,NM1)=C(K1,NM1)+CS(3,5)
      F(K2,NM1)=C(K2,NM1)+CS(4,5)
      F(NM1,NM1)=C(NM1,NM1)+CS(5,5)

```


RETURN
END

```

C*****
C  SUBROTINA QUE RESOLVE O SISTEMA DE EQUACOES
C*****
  SUBROUTINE RESOL(NM,Z,D)
    REAL*4  Z(20,20),D(20)
    EPS=0.0000000000000001
    DO 1000 I=1,NM
      K=I
      IF(I-NM)100,400,100
C  TESTE PARA ELEMENTO NULO NA DIAGONAL
100  IF(ABS(Z(I,I))-EPS)200,200,400
200  K=K+1
      WRITE(5,1)
      1  FORMAT(/,15X,'ELEMENTO NULO NA DIAGONAL',/)
      D(I)=D(I)+D(K)
      DO 300 J=1,NM
300  Z(I,J)=Z(I,J)+Z(K,J)
      GO TO 100
400  DIV=Z(I,I)
      D(I)=D(I)/DIV
      DO 500 J=1,NM
500  Z(I,J)=Z(I,J)/DIV
      DO 1000 MM=1,NM
      DELT=Z(MM,I)
      IF(ABS(DELT)-EPS) 1000,1000,600
600  IF(MM-I)700,1000,700
700  D(MM)=D(MM)-D(I)*DELT
      DO 800 J=1,NM
800  Z(MM,J)=Z(MM,J)-Z(I,J)*DELT
1000 CONTINUE
      RETURN
    END

```

APÊNDICE BPROGRAMA PARA ANÁLISE DINÂMICA DE PÓRTICOS PLANOSSUBMETIDOS A CARGAS MÔVEIS

```

C*****
C      PROGRAMA PRINCIPAL
C      ANALISE DINAMICA DE PORTICOS PLANOS SUBMETIDOS A CARGAS
C      MOVEIS PELO METODO DOS ELEMENTOS FINITOS
C*****
      INTEGER*4  RL(30),CRL(30),JJ(10),JK(10)
      REAL*4     AX(10),IZ(10),E(10),DENS(10),A(30),D(30),D4(1000)
      REAL*4     S(30,30),C(30,30),CM(30,30),DO(30),D1(30),D2(30)
      REAL*4     SMD(6,6),CMS(7,7),CS(7,7),SS(7,7)
      REAL*4     F(30,30),T(30),Z(30,30),B(30)
      REAL*4     X(10),Y(10),XL(10),CX(10),CY(10)
      REAL*4     M1,M2,KMOLA
C*****
C      FORNECIMENTO DO NUMERO DE ESTRUTURAS A SEREM ANALISADAS E
C      IMPRESSAO DOS TITULOS REFERENTES AO PROGRAMA
C*****
      NL=8
      NI=5
      READ(NL,1)NESTR
1  FORMAT(I5)
      DO 2000 NEST=1,NESTR
      WRITE(NI,2)
2  FORMAT(1H1,/,30X,'COPPE',/,20X,'PROGRAMA DE ENGENHARIA C'
*, 'IVIL',/,20X,'AREA = ESTRUTURAS',/,20X,'TESE DE MESTRAD'
*, 'O',/,20X,'ALUNO = JOAO EDUARDO FALABELLA',/,20X,'ANALI'
*, 'SE DE PORTICOS PLANOS SUBMETIDOS A CARGAS MOVEIS PELO ME'
*, 'TODO DOS ELEMENTOS FINITOS',/))
C*****
C      IMPRESSAO DE TITULOS REFERENTES A ESTRUTURA A SER ANALISADA
C*****
      READ(NL,3)
3  FORMAT(' ')
      READ(NL,4)
4  FORMAT(' ')
      READ(NL,5)
5  FORMAT(' ')
      WRITE(NI,3)
      WRITE(NI,4)
      WRITE(NI,5)
C*****
C      LEITURA E IMPRESSAO DOS DADOS GERAIS DA ESTRUTURA
C*****
      READ(NL,6)NE,NJ,NR,NRJ,NDJ
6  FORMAT(5I5)
      N=NJ*NDJ-NR
      WRITE(NI,7)NE,N,NJ,NR,NRJ,NDJ
7  FORMAT(/////15X,'DADOS GERAIS DA ESTRUTURA',/,10X,'NUMERO'
*, ' DE ELEMENTOS =',I3,/,10X,'GRAU DE INDETERMINACAO CINEMA'
*, 'TICA =',I3,/,10X,'NUMERO DE NOS =',I3,/,10X,'NUMERO DE L'
*, 'IGACOES =',I3,/,10X,'NUMERO DE NOS EM QUE HA PELO MENOS '

```

```

*, 'UMA LIGACAO =' , I3, /, 10X, 'NUMERO DE DIRECOES POR NO =' , I3,
*//)
C*****
C      LEITURA E IMPRESSAO DAS COORDENADAS DOS NOS
C*****
      WRITE(NI,8)
      8 FORMAT(/,15X,'COORDENADAS DOS NOS',/,10X,'NO(J)',8X,
        *'X(J)',9X,'Y(J)',/)
      DO 100 IC=1,NJ
100 READ(NL,9)J,X(J),Y(J)
      9 FORMAT(I5,2F10.0)
      WRITE(NI,10)(J,X(J),Y(J),J=1,NJ)
      10 FORMAT(10X,I4,5X,F8.3,5X,F8.3)
C*****
C      LEITURA , CALCULO E IMPRESSAO DAS PROPRIEDADES DOS
C      ELEMENTOS
C*****
      DO 110 IC=1,NE
      READ(NL,11)I,JJ(I),JK(I),AX(I),IZ(I),E(I),DENS(I)
111 FORMAT(3I5,4F10.0)
      JJI=JJ(I)
      JKI=JK(I)
      XCL=X(JKI)-X(JJI)
      YCL=Y(JKI)-Y(JJI)
      XL(I)=SQRT(XCL**2+YCL**2)
      CX(I)=XCL/XL(I)
110 CY(I)=YCL/XL(I)
      WRITE(NI,12)
      12 FORMAT(/,15X,'PROPRIEDADES DOS 5LEMENTOS',/,10X,'ELEMENT'
        *, 'O',5X,'JJ(I)',5X,'JK(I)',5X,'SECAO',5X,'INERCIA',5X,'COM'
        *, 'PRIMENTO',5X,'COS X',5X,'COS Y',5X,'ELASTICIDADE',5X,'DE'
        *, 'NSIDADE',/)
      WRITE(NI,13)(I,JJ(I),JK(I),AX(I),IZ(I),XL(I),CX(I),CY(I),
        *E(I),DENS(I),I=1,NE)
      13 FORMAT(12X,I3,8X,I3,7X,I3,3X,F9.4,F12.6,5X,F11.4,F10.4,
        *F10.4,5X,F12.2,4X,F10.6)
C*****
C      LEITURA E IMPRESSAO DAS RESTRICOES EM CADA NO
C*****

```

```

ND=NJ*NDJ
DO 120 K=1,ND
  RL(K)=0
120 CRL(K)=0
  DO 130 IC=1,NRJ
130 READ(NL,14)K,RL(3*K-2),RL(3*K-1),RL(3*K)
14 FORMAT(4I5)
  WRITE(NI,15)
15 FORMAT(//,15X,'LISTA DAS RESTRICOES DOS NOS',//,50X,'SE RE'
*, 'STR=1 HA RESTRICAO',/,50X,'SE RESTR=0 NAO HA RESTRICAO',/
*,10X,'NO(J)',6X,'RESTR DIR X',6X,'RESTR DIR Y',6X,'RESTR D'
*, 'IR Z',/)
  WRITE(NI,16)(K,RL(3*K-2),RL(3*K-1),RL(3*K),K=1,NJ)
16 FORMAT(11X,I2,12X,I2,15X,I2,15X,I2)
C*****
C  MONTAGEM DO VETOR DAS RESTRICOES ACUMULADAS
C*****
  CRL(1)=RL(1)
  DO 140 K=2,ND
140 CRL(K)=CRL(K-1)+RL(K)
  ITEST=CRL(ND)-NR
  IF(ITEST.EQ.0) GO TO 150
  WRITE(NI,17)
17 FORMAT(///,15X,'ERRO NA ACUMULACAO DAS RESTRICOES,NAO CONC'
*, 'ORDANDO COM O NUMERO DE REACOES FORNECIDO')
  GO TO 1000
C*****
C  ZERAGEM DAS MATRIZES DE RIGIDEZ,MASSA E AMORTECIMENTO DA
C  ESTRUTURA
C*****
150 DO 160 I=1,ND
  DO 160 J=1,ND
    S(I,J)=0.0
    C(I,J)=0.0
  160 CM(I,J)=0.0
C*****
C  FORMACAO DAS MATRIZES DE MASSA E DE RIGIDEZ DA ESTRUTURA
C*****
DO 500 IVP=1,2

```

```

      DO 800 I=1,NE
      IF(IVP.EQ.1) GO TO 170
      CALL RIGIP(XL(I),AX(I),IZ(I),CX(I),CY(I),E(I),SMD)
      GO TO 180
170  CALL MASSAP(XL(I),AX(I),CX(I),CY(I),DENS(I),SMD)
180  J1=3*JJ(I)-2
      J2=3*JJ(I)-1
      J3=3*JJ(I)
      K1=3*JK(I)-2
      K2=3*JK(I)-1
      K3=3*JK(I)
C*****
C  REARRANJO DAS MATRIZES
C*****
      IF(RL(J1).EQ.0) GO TO 101
      J1=N+CRL(J1)
      GO TO 102
101  J1=J1-CRL(J1)
102  IF(RL(J2).EQ.0) GO TO 103
      J2=N+CRL(J2)
      GO TO 104
103  J2=J2-CRL(J2)
104  IF(RL(J3).EQ.0) GO TO 105
      J3=N+CRL(J3)
      GO TO 106
105  J3=J3-CRL(J3)
106  IF(RL(K1).EQ.0) GO TO 107
      K1=N+CRL(K1)
      GO TO 108
107  K1=K1-CRL(K1)
108  IF(RL(K2).EQ.0) GO TO 111
      K2=N+CRL(K2)
      GO TO 112
111  K2=K2-CRL(K2)
112  IF(RL(K3).EQ.0) GO TO 113
      K3=N+CRL(K3)
      GO TO 114
113  K3=K3-CRL(K3)
114  CONTINUE

```

```

C*****
C      MONTAGEM DAS MATRIZES DE MASSA E RIGIDEZ DA ESTRUTURA
C*****
      J1A=3*JJ(I)-2
      J2A=3*JJ(I)-1
      J3A=3*JJ(I)
      K1A=3*JK(I)-2
      K2A=3*JK(I)-1
      K3A=3*JK(I)
      IF(RL(J1A).NE.0) GO TO 201
      S(J1,J1)=S(J1,J1)+SMD(1,1)
      S(J2,J1)=S(J2,J1)+SMD(2,1)
      S(J3,J1)=S(J3,J1)+SMD(3,1)
      S(K1,J1)=SMD(4,1)
      S(K2,J1)=SMD(5,1)
      S(K3,J1)=SMD(6,1)
201 IF(RL(J2A).NE.0) GO TO 202
      S(J1,J2)=S(J1,J2)+SMD(1,2)
      S(J2,J2)=S(J2,J2)+SMD(2,2)
      S(J3,J2)=S(J3,J2)+SMD(3,2)
      S(K1,J2)=SMD(4,2)
      S(K2,J2)=SMD(5,2)
      S(K3,J2)=SMD(6,2)
202 IF(RL(J3A).NE.0) GO TO 203
      S(J1,J3)=S(J1,J3)+SMD(1,3)
      S(J2,J3)=S(J2,J3)+SMD(2,3)
      S(J3,J3)=S(J3,J3)+SMD(3,3)
      S(K1,J3)=SMD(4,3)
      S(K2,J3)=SMD(5,3)
      S(K3,J3)=SMD(6,3)
203 IF(RL(K1A).NE.0) GO TO 204
      S(J1,K1)=SMD(1,4)
      S(J2,K1)=SMD(2,4)
      S(J3,K1)=SMD(3,4)
      S(K1,K1)=S(K1,K1)+SMD(4,4)
      S(K2,K1)=S(K2,K1)+SMD(5,4)
      S(K3,K1)=S(K3,K1)+SMD(6,4)
204 IF(RL(K2A).NE.0) GO TO 205
      S(J1,K2)=SMD(1,5)

```

```

S(J2,K2)=SMD(2,5)
S(J3,K2)=SMD(3,5)
S(K1,K2)=S(K1,K2)+SMD(4,5)
S(K2,K2)=S(K2,K2)+SMD(5,5)
S(K3,K2)=S(K3,K2)+SMD(6,5)
205 IF(RL(K3A).NE.0) GO TO 206
S(J1,K3)=SMD(1,6)
S(J2,K3)=SMD(2,6)
S(J3,K3)=SMD(3,6)
S(K1,K3)=S(K1,K3)+SMD(4,6)
S(K2,K3)=S(K2,K3)+SMD(5,6)
S(K3,K3)=S(K3,K3)+SMD(6,6)
206 CONTINUE
800 CONTINUE
IF(IVP.EQ.2) GO TO 500
DO 190 K=1,N
DO 190 J=1,N
CM(K,J)=S(K,J)
190 S(K,J)=0.0
500 CONTINUE
C*****
C MONTAGEM DA MATRIZ DE AMORTECIMENTO DA ESTRUTURA
C*****
READ(NL,18)ALFA,BETA
18 FORMAT(2F10.0)
DO 200 I=1,N
DO 200 J=1,N
200 C(I,J)=ALFA*CM(I,J)+BETA*S(I,J)
C*****
C IMPRESSAO DAS MATRIZES DE MASSA,RIGIDEZ E AMORTECIMENTO DA
C ESTRUTURA
C*****
IBW=N
WRITE(NI,19)NEST
19 FORMAT(/////,15X,'MATRIZ DE RIGIDEZ DA ESTRUTURA NO=',I5,
*//)
CALL IMPMAT(N,IBW,S)
WRITE(NI,20)NEST
20 FORMAT(/////,15X,'MATRIZ DE MASSA DA ESTRUTURA NO=',I5,//)

```



```

      CALL IMPMAT(N,IBW,CM)
      WRITE(NI,21)NEST
21  FORMAT(///// ,15X,'MATRIZ DE AMORTECIMENTO DA ESTRUTURA NO='
      *,I5,/)
      CALL IMPMAT(N,IBW,C)
C*****
C  PARAMETROS DAS CARGAS MOVEIS
C*****
      READ(NL,22)NCC,NH
22  FORMAT(2I5)
      IL=0
1700 IL=IL+1
      READ(NL,23)PF,M1,M2,VO,AO,KMOLA,CAMOR
23  FORMAT(7E11.5)
      READ(NL,24)HI,H3,TMAX,TETA
24  FORMAT(4E11.5)
      COMP=0.0
      DO 210 I=1,NH
210  COMP=COMP+XL(I)
      IF(VO.GT.1.0E-5)TAU=COMP/VO
      IF(AO.GT.1.0E-5)TAU=(-VO+SQRT(VO*VO+2.0*AO*COMP))/AO
      WRITE(NI,25)IL
25  FORMAT(///// ,15X,'CARREGAMENTO NO=' ,I5,2X,50('*') ,/)
      WRITE(NI,26)PF,M1,M2,VO,AO,KMOLA,CAMOR
26  FORMAT(15X,'PESO DO VEICULO =' ,E12.5,/ ,15X,'MASSA SUSPENSA'
      *, '=' ,E12.5,/ ,15X,'MASSA EM CONTATO COM A ESTRUTURA =' ,E12.5
      *, / ,15X,'VELOCIDADE =' ,E12.5,/ ,15X,'ACELERACAO =' ,E12.5,/ ,15
      *X,'CONSTANTE DA MOLA DO VEICULO =' ,E12.5,/ ,15X,'CONSTANTE '
      *, 'DO AMORTECEDOR DO VEICULO =' ,E12.5,/ )
      WRITE(NI,27)HI,H3,TMAX,TAU,TETA
27  FORMAT(///// ,15X,'DADOS SOBRE O TEMPO' ,/ ,15X,'INTERVALO DE'
      *, ' INTEGRAÇÃO =' ,E12.5,/ ,15X,'INTERVALO DE SAIDA =' ,E12.5,/
      *, 15X,'TEMPO PARA A RESPOSTA =' ,E12.5,/ ,15X,'TEMPO DE TRAVE'
      *, 'SSIA DO VEICULO =' ,E12.5,/ ,15X,'MULTIPLICADOR DO INTERVA'
      *, 'LO H =' ,E12.5,/ )
      WRITE(NI,28)
28  FORMAT(///// ,15X,'DESLOCAMENTOS NODAIS' ,/)
C*****
C  ZERAGEM DOS VETORES PARA INICIO DA INTEGRAÇÃO NUMERICA

```

```

C*****
  IC=1
  IE=0
  X0=0.0
  X4=0.0
  T2=0.0
  T3=H3
  NM1=N+1
  DO 1750 I=1,NM1
    A(I)=0.0
    D(I)=0.0
    D0(I)=0.0
    D1(I)=0.0
1750 D2(I)=0.0

```

```

C*****
C      INICIO DA INTEGRACAO NUMERICA
C*****
  H=HI*TETA
1800 T2=T2+H
  X2=V0*T2+A0*T2*T2/2.0
  X1=X2-X0
  IF(X2.GT.COMP) GO TO 2800
  IF(X1.LT.X4) GO TO 1850
  IE=IE+1
  X0=X0+X4
  X1=X2-X0
  X4=XL(IE)
  J1=3*JJ(IE)-2
  J2=3*JJ(IE)-1
  J3=3*JJ(IE)
  K1=3*JK(IE)-2
  K2=3*JK(IE)-1
  K3=3*JK(IE)
  IF(RL(J1).EQ.0) GO TO 301
  J1=N+CRL(J1)
  GO TO 302
301 J1=J1-CRL(J1)

```

```

302 IF(RL(J2).EQ.0) GO TO 303
    J2=N+CRL(J2)
    GO TO 304
303 J2=J2-CRL(J2)
304 IF(RL(J3).EQ.0) GO TO 305
    J3=N+CRL(J3)
    GO TO 306
305 J3=J3-CRL(J3)
306 IF(RL(K1).EQ.0) GO TO 307
    K1=N+CRL(K1)
    GO TO 308
307 K1=K1-CRL(K1)
308 IF(RL(K2).EQ.0) GO TO 311
    K2=N+CRL(K2)
    GO TO 312
311 K2=K2-CRL(K2)
312 IF(RL(K3).EQ.0) GO TO 313
    K3=N+CRL(K3)
    GO TO 314
313 K3=K3-CRL(K3)
314 CONTINUE
    J1A=3*JJ(IE)-2
    J2A=3*JJ(IE)-1
    J3A=3*JJ(IE)
    K1A=3*JK(IE)-2
    K2A=3*JK(IE)-1
    K3A=3*JK(IE)
    DO 1820 J=1,NM1
1820 A(J)=0.0
1850 XMT=M1+M2
    DO 220 I=1,ND
    DO 220 J=1,ND
    F(I,J)=0.0
    220 Z(I,J)=0.0
    IF(XMT.EQ.0.0) GO TO 2900
C*****
C    SOMA DAS CONTRIBUICOES DAS MATRIZES DE RIGIDEZ ,
C    MASSA E AMORTECIMENTO PARA FORMACAO DA MATRIZ DOS
C    COEFICIENTES DE D2

```

```

C*****
CALL MACD2P(N,H,CM,C,S,F)
C*****
C      CONTRIBUICAO DA MASSA DO VEICULO NA MATRIZ DOS
C      COEFICIENTES DE D2
C*****
CALL MOVEP(M1,M2,X1,V0+A0*T2,A0,XL(IE),KMOLA,CAMOR,CMS,CS,
*SS)
C*****
C      COLOCANDO A CONTRIBUICAO DO VEICULO NA MATRIZ DOS
C      COEFICIENTES DE D2 CASO SEJA CONSIDERADO O EFEITO DA
C      MASSA DO MESMO
C*****
CALL CMASP(NM1,J1A,J2A,J3A,K1A,K2A,K3A,J1,J2,J3,K1,K2,K3,H,
*RL,CMS,CS,SS,F)
C*****
C      COMPUTANDO O VETOR DAS ACOES
C*****
CALL FORCA(PF,XL(IE),X1,J1A,J2A,J3A,K1A,K2A,K3A,J1,J2,J3,
*K1,K2,K3,RL,A)
C*****
C      CONTRIBUICAO DOS TERMOS ASSOCIADOS COM AS VELOCIDADES NO
C      VETOR DAS ACOES
C*****
C1=H/2.0
DO 225 K=1,NM1
  B(K)=0.0
225  T(K)=0.0
      DO 230 J=1,NM1
230  T(J)=D1(J)+C1*D2(J)
      CALL CONTR(J1A,J2A,J3A,K1A,K2A,K3A,J1,J2,J3,K1,K2,K3,NM1,
*RL,C,CS,Z)
      DO 245 I=1,NM1
      DO 240 J=1,NM1
240  B(I)=B(I)+Z(I,J)*T(J)
245  CONTINUE
      DO 250 K=1,NM1
250  A(K)=A(K)-B(K)
C*****

```

```

C      CONTRIBUICAO DOS TERMOS ASSOCIADOS COM OS DESLOCAMENTOS NO
C      VETOR DAS ACOES
C*****
C      C3=H*H/3.0
C      DO 260 I=1,NM1
C      DO 260 J=1,NM1
C      T(J)=0.0
C      B(J)=0.0
260   Z(I,J)=0.0
C      DO 270 J=1,NM1
270   T(J)=D0(J)+H*D1(J)+C3*D2(J)
C      CALL CONTR(J1A,J2A,J3A,K1A,K2A,K3A,J1,J2,J3,K1,K2,K3,NM1,
C      *RL,S,SS,Z)
C      DO 285 I=1,NM1
C      DO 280 J=1,NM1
280   B(I)=B(I)+Z(I,J)*T(J)
285   CONTINUE
C      DO 290 K=1,NM1
C      A(K)=A(K)-B(K)
290   D(K)=A(K)
C*****
C      RESOLVENDO O SISTEMA PARA O PROXIMO INTERVALO DE TEMPO
C*****
C      IF(M1.EQ.0.0) GO TO 300
C      CALL RESOL(NM1,F,D)
C      GO TO 310
300   CALL RESOL(N,F,D)
310   GO TO 3000
C*****
C      QUANDO O VEICULO DEIXA A ESTRUTURA A MATRIZ DOS
C      COEFICIENTES PERMANECE CONSTANTE
C*****
2800  CALL MACD2P(N,H,CM,C,S,F)
C      DO 320 I=1,N
320   A(I)=0.0
C      GO TO 2925
C*****
C      CASO DO VEICULO SEM MASSA
C*****

```

```

2900 CALL MACD2P(N,H,CM,C,S,F)
      CALL FORCA(PF,XL(IE),X1,J1A,J2A,J3A,K1A,K2A,K3A,J1,J2,J3,
        *K1,K2,K3,RL,A)
2925 C1=H/2.0
      DO 325 K=1,NM1
        T(K)=0.0
325  B(K)=0.0
      DO 330 J=1,N
330  T(J)=D1(J)+C1*D2(J)
      DO 340 I=1,7
        DO 340 J=1,7
340  CS(I,J)=0.0
      CALL CONTR(J1A,J2A,J3A,K1A,K2A,K3A,J1,J2,J3,K1,K2,K3,NM1,
        *RL,C,CS,Z)
      DO 355 I=1,N
        DO 350 J=1,N
350  B(I)=B(I)+Z(I,J)*T(J)
355  CONTINUE
      DO 360 K=1,NM1
360  A(K)=A(K)-B(K)
      C3=H*H/3.0
      DO 370 I=1,NM1
        DO 370 J=1,NM1
          T(J)=0.0
          B(J)=0.0
370  Z(I,J)=0.0
      DO 380 J=1,N
380  T(J)=D0(J)+H*D1(J)+C3*D2(J)
      DO 390 I=1,7
        DO 390 J=1,7
390  SS(I,J)=0.0
      CALL CONTR(J1A,J2A,J3A,K1A,K2A,K3A,J1,J2,J3,K1,K2,K3,NM1,
        *RL,S,SS,Z)
      DO 405 I=1,N
        DO 400 J=1,N
400  B(I)=B(I)+Z(I,J)*T(J)
405  CONTINUE
      DO 410 K=1,NM1
        A(K)=A(K)-B(K)

```

```

410 D(K)=A(K)
    CALL RESOL(N,F,D)
C*****
C    CALCULO DOS DESLOCAMENTOS
C*****
3000 DO 750 K=1,NM1
    750 A(K)=0.0
        H0=H/TETA
        C1=HC*H0
        DO 420 J=1,NM1
            D2T=D2(J)+(D(J)-D2(J))/TETA
            D0(J)=D0(J)+H0*D1(J)+C1*(D2T+2.0*D2(J))/6.0
            D1(J)=D1(J)+H0*(D2T+D2(J))/2.0
        420 D2(J)=D2T
            T2=T2-(H-HI)
            X2=V0*T2+A0*T2*T2/2.0
            XR=X2/COMP
            TR=T2/TAU
            D4(IC)=10000000.0*D0(8)
            IC=IC+1

C*****
C    ESCRIVENDO RESULTADOS NO INTERVALO DE SAIDA ESPECIFICADO
C*****
    IF(T2.LT.T3) GO TO 9000
    T3=T3+H3
    WRITE(NI,29)H,XR,TR
29  FORMAT(/,15X,'INTERVALO DE TEMPO =',E12.5/,15X,'ESPACO PE'
*, 'RCORRIDO PELO VEICULO =',E12.5/,15X,'TEMPO PERCORRIDO ='
*,E12.5/,15X,'DESLOCAMENTOS NODAIS E DA MASSA SUSPENSA DO '
*, 'VEICULO',/)
    WRITE(NI,30)(J,D0(J),J=1,NM1)
30  FORMAT(10X,15,10X,E12.5)
C*****
C    TESTES PARA O FINAL DO PROGRAMA
C*****
9000 IF(TR.LT.TMAX) GO TO 1800
    WRITE(5,31)(D4(J),J=1,800)
31  FORMAT(2X,6F13.5)

```

```
      IF(IL.LT.NCC) GO TO 1700
2000 CONTINUE
1000 STOP
      END
```



```

C*****
C      SUBROTINA QUE FORMA A MATRIZ DE RIGIDEZ DO ELEMENTO DE
C      PORTICO E A MULTIPLICA PELA MATRIZ DE ROTACAO PARA FORMACAO
C      DA MATRIZ SMD
C*****
      SUBROUTINE RIGIP(XEL,XAX,XIZ,XCX,XY,XE,SMD)
      REAL*4  SMD(6,6)
      SCM1=XE*XAX/XEL
      SCM2=4.0*XE*XIZ/XEL
      SCM3=(1.5*SCM2)/XEL
      SCM4=(2.0*SCM3)/XEL
      SMD(1,1)=SCM1*XCX**2+SCM4*XY**2
      SMD(2,1)=(SCM1-SCM4)*XCX*XY
      SMD(2,2)=SCM1*XY**2+SCM4*XCX**2
      SMD(3,1)=-SCM3*XY
      SMD(3,2)=SCM3*XCX
      SMD(3,3)=SCM2
      SMD(4,1)=-SMD(1,1)
      SMD(4,2)=-SMD(2,1)
      SMD(4,3)=-SMD(3,1)
      SMD(4,4)=SMD(1,1)
      SMD(5,1)=-SMD(2,1)
      SMD(5,2)=-SMD(2,2)
      SMD(5,3)=-SMD(3,2)
      SMD(5,4)=SMD(2,1)
      SMD(5,5)=SMD(2,2)
      SMD(6,1)=-SCM3*XY
      SMD(6,2)=SCM3*XCX
      SMD(6,3)=SCM2/2.0
      SMD(6,4)=-SMD(3,1)
      SMD(6,5)=-SMD(3,2)
      SMD(6,6)=SCM2
      DO 20 J=1,6
      DO 20 K=1,J
20  SMD(K,J)=SMD(J,K)
      RETURN
      END

```

```

C*****
C      SUBROTINA QUE FORMA A MATRIZ DE MASSA DO ELEMENTO DE
C      PORTICO E A MULTIPLICA PELA MATRIZ DE ROTACAO PARA FORMACAO
C      DA MATRIZ SMD
C*****
      SUBROUTINE MASSAP(XEL,XAX,XCX,XCY,XDENS,SMD)
      REAL*4  SMD(6,6)
      FAT=XDENS*XAX*XEL
      X2=XEL*XEL
      CX2=XCX*XCX
      CY2=XCY*XCY
      CXY=XCX*XCY
      SMD(1,1)=FAT*(1.0/3.0*CX2+13.0/35.0*CY2)
      SMD(2,1)=FAT*(1.0/3.0*CXY-13.0/35.0*CXY )
      SMD(2,2)=FAT*(1.0/3.0*CY2+13.0/35.0*CX2)
      SMD(3,1)=-FAT*11.0*XEL*XCY/210.0
      SMD(3,2)=FAT*11.0*XEL*XCX/210.0
      SMD(3,3)=FAT*X2/105.0
      SMD(4,1)=FAT*(1.0/6.0*CX2+9.0/70.0*CY2)
      SMD(4,2)=FAT*(1.0/6.0*CXY-9.0/70.0*CXY)
      SMD(4,3)=-FAT*13.0*XEL*XCY/420.0
      SMD(4,4)=SMD(1,1)
      SMD(5,1)=SMD(4,2)
      SMD(5,2)=FAT*(1.0/6.0*CY2+9.0/70.0*CX2)
      SMD (5,3)=FAT*13.0*XEL*XCX/420.0
      SMD(5,4)=SMD(2,1)
      SMD(5,5)=SMD(2,2)
      SMD(6,1)=-SMD(4,3)
      SMD(6,2)=-SMD(5,3)
      SMD(6,3)=-FAT*X2/140.0
      SMD(6,4)=-SMD(3,1)
      SMD(6,5)=-SMD(3,2)
      SMD(6,6)=SMD(3,3)
      DO 100 J=1,6
      DO 100 K=1,J
100  SMD(K,J)=SMD(J,K)
      RETURN
      END

```

```

C*****
C  SUBROTINA QUE IMPRIME MATRIZES POR LINHAS
C*****
      SUBROUTINE IMPMAT(N,M,S)
      REAL*4  S(30,30)
      1  FORMAT(/,2I3,8E13.5)
      NB=(M-1)/8+1
      LC=1
      DO 200 L=1,NB
      WRITE(5,1)
      LCP7=LC+7
      IF(LCP7.GT.M) LCP7=M
      DO 100 I=1,N
100  WRITE(5,1)I,LC,{S(I,J),J=LC,LCP7)
200  LC=LC+8
      RETURN
      END

```

```

C*****
C    SUBROTINA QUE SOMA AS CONTRIBUICOES DAS MATRIZES DE RIGIDEZ
C    MASSA E AMORTECIMENTO PARA A FORMACAO DA MATRIZ DOS
C    COEFICIENTES DE D2
C*****
      SUBROUTINE MACD2P(N,H,CM,C,S,Z)
      REAL*4  CM(30,30),C(30,30),S(30,30),Z(30,30)
      C1=H/2.0
      C2=H*H/6.0
      DO 100 I=1,N
      DO 100 J=1,N
100  Z(I,J)=CM(I,J)+C1*C(I,J)+C2*S(I,J)
      RETURN
      END

```

```

C*****
C  SUBROTINA QUE RESOLVE O SISTEMA DE EQUACOES
C*****
  SUBROUTINE RESOL(NM,Z,D)
    REAL*4  Z(30,30),D(30)
    EPS=0.0000000000000001
    DO 1000 I=1,NM
      K=I
      IF(I-NM)100,400,100
C  TESTE PARA ELEMENTO NULO NA DIAGONAL
  100 IF(ABS(Z(I,I))-EPS)200,200,400
  200 K=K+1
      WRITE(5,1)
      1 FORMAT(/,15X,'ELEMENTO NULO NA DIAGONAL',/)
      D(I)=D(I)+D(K)
      DO 300 J=1,NM
  300 Z(I,J)=Z(I,J)+Z(K,J)
      GO TO 100
  400 DIV=Z(I,I)
      D(I)=D(I)/DIV
      DO 500 J=1,NM
  500 Z(I,J)=Z(I,J)/DIV
      DO 1000 MM=1,NM
      DELT=Z(MM,I)
      IF(ABS(DELT)-EPS) 1000,1000,600
  600 IF(MM-I)700,1000,700
  700 D(MM)=D(MM)-D(I)*DELT
      DO 800 J=1,NM
  800 Z(MM,J)=Z(MM,J)-Z(I,J)*DELT
  1000 CONTINUE
      RETURN
    END

```

```

C*****
C      SUBROTINA FORMADORA DAS MATRIZES ASSOCIADAS A MASSA DO
C      VEICULO
C*****
      SUBROUTINE MOVEP(XM1,XM2,X,V,A,XEL,XK,XC,CMS,CS,SS)
      REAL*4  CMS(7,7),CS(7,7),SS(7,7),G0(6),G1(6),G2(6)
      X2=X*X
      X3=X2*X
      EL2=XEL*XEL
      EL3=EL2*XEL
      C1=2.0*XM2*V
      S1=XM2*V*V
      S2=XM2*A
      G0(1)=0.0
      G0(2)=1.0-3.0*X2/EL2+2.0*X3/EL3
      G0(3)=+(X-2.0*X2/XEL+X3/EL2)
      G0(4)=0.0
      G0(5)=3.0*X2/EL2-2.0*X3/EL3
      G0(6)=-(X2/XEL-X3/EL2)
      G1(1)=0.0
      G1(2)=-6.0*X/EL2+6.0*X2/EL3
      G1(3)=+1.0-4.0*X/XEL+3.0*X2/EL2
      G1(4)=0.0
      G1(5)=6.0*X/EL2-6.0*X2/EL3
      G1(6)=-2.0*X/XEL+3.0*X2/EL2
      G2(1)=0.0
      G2(2)=-6.0/EL2+12.0*X/EL3
      G2(3)=-4.0/XEL+6.0*X/EL2
      G2(4)=0.0
      G2(5)=6.0/EL2-12.0*X/EL3
      G2(6)=-2.0/XEL+6.0*X/EL2
      DO 100 I=1,6
      DO 100 J=1,6
      SS(I,J)=S1*G0(I)*G2(J)+S2*G0(I)*G1(J)+XK*G0(I)*G0(J)+XC*V*
      *G0(I)*G1(J)
      CS(I,J)=C1*G0(I)*G1(J)+XC*G0(I)*G0(J)
100  CMS(I,J)=XM2*G0(I)*G0(J)
      DO 200 I=1,7
      SS(I,7)=0.0

```

```
      CS(I,7)=0.0
200  CMS(I,7)=0.0
      DO 300 J=1,7
        SS(7,J)=0.0
        CS(7,J)=0.0
300  CMS(7,J)=0.0
        SS(7,7)=XK
        CS(7,7)=XC
        CMS(7,7)=XM1
      DO 400 I=1,6
        CS(I,7)=-XC*G0(I)
400  SS(I,7)=-XK*G0(I)
      DO 500 J=1,6
        CS(7,J)=-XC*G0(J)
500  SS(7,J)=-XC*V*G1(J)-XK*G0(J)
      RETURN
      END
```

```

C*****
C      SUBROTINA QUE COLOCA A CONTRIBUICAO DA MASSA DO VEICULO
C      NA MATRIZ DOS COEFICIENTES DE D2
C*****
      SUBROUTINE CMASP(NM1,J1A,J2A,J3A,K1A,K2A,K3A,J1,J2,J3,K1,
    *K2,K3,H,RL,CMS,CS,SS,Z)
      INTEGER*4 RL(30)
      REAL*4 CMS(7,7),CS(7,7),SS(7,7),Z(30,30)
      C1=H/2.0
      C2=H*H/6.0
      IF(RL(J1A).NE.0) GO TO 10
      Z(J1,J1)=Z(J1,J1)+CMS(1,1)+C1*CS(1,1)+C2*SS(1,1)
      Z(J2,J1)=Z(J2,J1)+CMS(2,1)+C1*CS(2,1)+C2*SS(2,1)
      Z(J3,J1)=Z(J3,J1)+CMS(3,1)+C1*CS(3,1)+C2*SS(3,1)
      Z(K1,J1)=Z(K1,J1)+CMS(4,1)+C1*CS(4,1)+C2*SS(4,1)
      Z(K2,J1)=Z(K2,J1)+CMS(5,1)+C1*CS(5,1)+C2*SS(5,1)
      Z(K3,J1)=Z(K3,J1)+CMS(6,1)+C1*CS(6,1)+C2*SS(6,1)
      Z(NM1,J1)=Z(NM1,J1)+CMS(7,1)+C1*CS(7,1)+C2*SS(7,1)
10  IF(RL(J2A).NE.0) GO TO 20
      Z(J1,J2)=Z(J1,J2)+CMS(1,2)+C1*CS(1,2)+C2*SS(1,2)
      Z(J2,J2)=Z(J2,J2)+CMS(2,2)+C1*CS(2,2)+C2*SS(2,2)
      Z(J3,J2)=Z(J3,J2)+CMS(3,2)+C1*CS(3,2)+C2*SS(3,2)
      Z(K1,J2)=Z(K1,J2)+CMS(4,2)+C1*CS(4,2)+C2*SS(4,2)
      Z(K2,J2)=Z(K2,J2)+CMS(5,2)+C1*CS(5,2)+C2*SS(5,2)
      Z(K3,J2)=Z(K3,J2)+CMS(6,2)+C1*CS(6,2)+C2*SS(6,2)
      Z(NM1,J2)=Z(NM1,J2)+CMS(7,2)+C1*CS(7,2)+C2*SS(7,2)
20  IF(RL(J3A).NE.0) GO TO 30
      Z(J1,J3)=Z(J1,J3)+CMS(1,3)+C1*CS(1,3)+C2*SS(1,3)
      Z(J2,J3)=Z(J2,J3)+CMS(2,3)+C1*CS(2,3)+C2*SS(2,3)
      Z(J3,J3)=Z(J3,J3)+CMS(3,3)+C1*CS(3,3)+C2*SS(3,3)
      Z(K1,J3)=Z(K1,J3)+CMS(4,3)+C1*CS(4,3)+C2*SS(4,3)
      Z(K2,J3)=Z(K2,J3)+CMS(5,3)+C1*CS(5,3)+C2*SS(5,3)
      Z(K3,J3)=Z(K3,J3)+CMS(6,3)+C1*CS(6,3)+C2*SS(6,3)
      Z(NM1,J3)=Z(NM1,J3)+CMS(7,3)+C1*CS(7,3)+C2*SS(7,3)
30  IF(RL(K1A).NE.0) GO TO 40
      Z(J1,K1)=Z(J1,K1)+CMS(1,4)+C1*CS(1,4)+C2*SS(1,4)
      Z(J2,K1)=Z(J2,K1)+CMS(2,4)+C1*CS(2,4)+C2*SS(2,4)
      Z(J3,K1)=Z(J3,K1)+CMS(3,4)+C1*CS(3,4)+C2*SS(3,4)
      Z(K1,K1)=Z(K1,K1)+CMS(4,4)+C1*CS(4,4)+C2*SS(4,4)

```



```

Z(K2,K1)=Z(K2,K1)+CMS(5,4)+C1*CS(5,4)+C2*SS(5,4)
Z(K3,K1)=Z(K3,K1)+CMS(6,4)+C1*CS(6,4)+C2*SS(6,4)
Z(NM1,K1)=Z(NM1,K1)+CMS(7,4)+C1*CS(7,4)+C2*SS(7,4)
40 IF(RL(K2A).NE.0) GO TO 50
Z(J1,K2)=Z(J1,K2)+CMS(1,5)+C1*CS(1,5)+C2*SS(1,5)
Z(J2,K2)=Z(J2,K2)+CMS(2,5)+C1*CS(2,5)+C2*SS(2,5)
Z(J3,K2)=Z(J2,K3)+CMS(3,5)+C1*CS(3,5)+C2*SS(3,5)
Z(K1,K2)=Z(K1,K2)+CMS(4,5)+C1*CS(4,5)+C2*SS(4,5)
Z(K2,K2)=Z(K2,K2)+CMS(5,5)+C1*CS(5,5)+C2*SS(5,5)
Z(K3,K2)=Z(K3,K2)+CMS(6,5)+C1*CS(6,5)+C2*SS(6,5)
Z(NM1,K2)=Z(NM1,K2)+CMS(7,5)+C1*CS(7,5)+C2*SS(7,5)
50 IF(RL(K3A).NE.0) GO TO 60
Z(J1,K3)=Z(J1,K3)+CMS(1,6)+C1*CS(1,6)+C2*SS(1,6)
Z(J2,K3)=Z(J2,K3)+CMS(2,6)+C1*CS(2,6)+C2*SS(2,6)
Z(J3,K3)=Z(J3,K3)+CMS(3,6)+C1*CS(3,6)+C2*SS(3,6)
Z(K1,K3)=Z(K1,K3)+CMS(4,6)+C1*CS(4,6)+C2*SS(4,6)
Z(K2,K3)=Z(K2,K3)+CMS(5,6)+C1*CS(5,6)+C2*SS(5,6)
Z(K3,K3)=Z(K3,K3)+CMS(6,6)+C1*CS(6,6)+C2*SS(6,6)
Z(NM1,K3)=Z(NM1,K3)+CMS(7,6)+C1*CS(7,6)+C2*SS(7,6)
60 Z(J1,NM1)=Z(J1,NM1)+CMS(1,7)+C1*CS(1,7)+C2*SS(1,7)
Z(J2,NM1)=Z(J2,NM1)+CMS(2,7)+C1*CS(2,7)+C2*SS(2,7)
Z(J3,NM1)=Z(J3,NM1)+CMS(3,7)+C1*CS(3,7)+C2*SS(3,7)
Z(K1,NM1)=Z(K1,NM1)+CMS(4,7)+C1*CS(4,7)+C2*SS(4,7)
Z(K2,NM1)=Z(K2,NM1)+CMS(5,7)+C1*CS(5,7)+C2*SS(5,7)
Z(K3,NM1)=Z(K3,NM1)+CMS(6,7)+C1*CS(6,7)+C2*SS(6,7)
Z(NM1,NM1)=Z(NM1,NM1)+CMS(7,7)+C1*CS(7,7)+C2*SS(7,7)
RETURN
END

```

```

C*****
C      SUBROTINA QUE COMPUTA AS FORÇAS DEVIDAS AO PESO DO VEICULO
C      NO VETOR DAS ACOES NGDAIS
C*****
      SUBROUTINE FORCA(FP,XEL,X,J1A,J2A,J3A,K1A,K2A,K3A,J1,J2,J3,
        *K1,K2,K3,RL,A)
      INTEGER*4  RL(30)
      REAL*4  A(30)
      X2=X*X
      X3=X2*X
      EL2=XEL*XEL
      EL3=EL2*XEL
      IF(RL(J1A).NE.0) GO TO 10
      A(J1)=0.0
10  IF(RL(J2A).NE.0) GO TO 20
      A(J2)=FP*(1.0-3.0*X2/EL2+2.0*X3/EL3)
20  IF(RL(J3A).NE.0) GO TO 30
      A(J3)=FP*(-X+2.0*X2/XEL-X3/EL2)
      A(J3)=-A(J3)
30  IF(RL(K1A).NE.0) GO TO 40
      A(K1)=0.0
40  IF(RL(K2A).NE.0) GO TO 50
      A(K2)=FP*(3.0*X2/EL2-2.0*X3/EL3)
50  IF(RL(K3A).NE.0) GO TO 60
      A(K3)=FP*(X2/XEL-X3/EL2)
      A(K3)=-A(K3)
60  RETURN
      END

```

```

C*****
C      SUBROTINA QUE COMPUTA A CONTRIBUICAO DOS TERMOS ASSOCIADOS
C      COM AS VELOCIDADES OU DESLOCAMRNTOS QUE SERAO LEVADOS NO
C      VETOR DAS ACOES
C*****
      SUBROUTINE CONTR(J1A,J2A,J3A,K1A,K2A,K3A,J1,J2,J3,K1,K2,K3,
      *NM1,RL,C,CS,F)
      INTEGER*4  RL(30)
      REAL*4  C(30,30),F(30,30),CS(7,7)
      DO 100 I=1,NM1
      DO 100 J=1,NM1
100  F(I,J)=C(I,J)
      IF(RL(J1A).NE.0) GO TO 10
      F(J1,J1)=C(J1,J1)+CS(1,1)
      F(J2,J1)=C(J2,J1)+CS(2,1)
      F(J3,J1)=C(J3,J1)+CS(3,1)
      F(K1,J1)=C(K1,J1)+CS(4,1)
      F(K2,J1)=C(K2,J1)+CS(5,1)
      F(K3,J1)=C(K3,J1)+CS(6,1)
      F(NM1,J1)=C(NM1,J1)+CS(7,1)
10  IF(RL(J2A).NE.0) GO TO 20
      F(J1,J2)=C(J1,J2)+CS(1,2)
      F(J2,J2)=C(J2,J2)+CS(2,2)
      F(J3,J2)=C(J3,J2)+CS(3,2)
      F(K1,J2)=C(K1,J2)+CS(4,2)
      F(K2,J2)=C(K2,J2)+CS(5,2)
      F(K3,J2)=C(K3,J2)+CS(6,2)
      F(NM1,J2)=C(NM1,J2)+CS(7,2)
20  IF(RL(J3A).NE.0) GO TO 30
      F(J1,J3)=C(J1,J3)+CS(1,3)
      F(J2,J3)=C(J2,J3)+CS(2,3)
      F(J3,J3)=C(J3,J3)+CS(3,3)
      F(K1,J3)=C(K1,J3)+CS(4,3)
      F(K2,J3)=C(K2,J3)+CS(5,3)
      F(K3,J3)=C(K3,J3)+CS(6,3)
      F(NM1,J3)=C(NM1,J3)+CS(7,3)
30  IF(RL(K1A).NE.0) GO TO 40
      F(J1,K1)=C(J1,K1)+CS(1,4)
      F(J2,K1)=C(J2,K1)+CS(2,4)

```

```

      F(J3,K1)=C(J3,K1)+CS(3,4)
      F(K1,K1)=C(K1,K1)+CS(4,4)
      F(K2,K1)=C(K2,K1)+CS(5,4)
      F(K3,K1)=C(K3,K1)+CS(6,4)
      F(NM1,K1)=C(NM1,K1)+CS(7,4)
40  IF(RL(K2A).NE.0) GO TO 50
      F(J1,K2)=C(J1,K2)+CS(1,5)
      F(J2,K2)=C(J2,K2)+CS(2,5)
      F(J3,K2)=C(J3,K2)+CS(3,5)
      F(K1,K2)=C(K1,K2)+CS(4,5)
      F(K2,K2)=C(K2,K2)+CS(5,5)
      F(K3,K2)=C(K3,K2)+CS(6,5)
      F(NM1,K2)=C(NM1,K2)+CS(7,5)
50  IF(RL(K3A).NE.0) GO TO 60
      F(J1,K3)=C(J1,K3)+CS(1,6)
      F(J2,K3)=C(J2,K3)+CS(2,6)
      F(J3,K3)=C(J3,K3)+CS(3,6)
      F(K1,K3)=C(K1,K3)+CS(4,6)
      F(K2,K3)=C(K2,K3)+CS(5,6)
      F(K3,K3)=C(K3,K3)+CS(6,6)
      F(NM1,K3)=C(NM1,K3)+CS(7,6)
60  F(J1,NM1)=C(J1,NM1)+CS(1,7)
      F(J2,NM1)=C(J2,NM1)+CS(2,7)
      F(J3,NM1)=C(J3,NM1)+CS(3,7)
      F(K1,NM1)=C(K1,NM1)+CS(4,7)
      F(K2,NM1)=C(K2,NM1)+CS(5,7)
      F(K3,NM1)=C(K3,NM1)+CS(6,7)
      F(NM1,NM1)=C(NM1,NM1)+CS(7,7)
      RETURN
      END

```